Die Gravitationstheorie und die Bewegung des Mondes

von

Kurt Felix Bottlinger

Die Gravitationstheorie

und

die Bewegung des Mondes

von

Kurt Felix Bottlinger

Gekrönte Preisschrift

und

Inaugural-Dissertation

der philosophischen Fakultät II. Sektion
der Ludwig-Maximilians-Universität München

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Eingereicht am 28. Februar 1912
Tag der mündlichen Prüfung 13. Juli 1912

Freiburg i. Br. 1912
C. Troemer's Universitäts-Buchhandlung
(Ernst Harms)

Meinen lieben Eltern

gewidmet

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548303_0069

Inhalt.

Seite

I. Vorbemerkungen zum Gravitationsgesetz 1

II. Das Mondproblem 4

1. Zur Bewegung des Mondes 4
2. Ableitung der Formeln 6
3. Die Bestimmung des Impulses 14
4. Zur numerischen Rechnung 19
5. Diskussion des Resultates 20
6. Die Konstante der Abschirmung 23
7. Über den Wert neuer Untersuchungen . . . 25

III. Andere Folgen der Abschirmung 27

1. Trabanteneklipsen 27
2. Säkulare Retardation 29
3. Das Anziehungsgesetz, Gravitationsverlust . . 30
4. Das dritte Kepplersche Gesetz 37
5. Gigantensterne 41
6. Lotschwankungen 45
7. Zusammenfassung, Gravitationstheorien . . . 47

Motto:

An einer Kraft neue Eigenschaften entdecken, heißt nicht, das alte Gesetz umstoßen. Gerade durch die Erweiterung wird es befähigt, eine um so größere Mannigfaltigkeit von Erscheinungen zu beherrschen.

I.

Vorbemerkungen zum Gravitationsgesetz.

Die Lehre von der Gravitation, zweifellos eine der größten Leistungen der Naturerkenntnis aller Zeiten, hat vielleicht seit Newton als das unantastbarste aller empirisch gefundenen Gesetze gegolten.

Die gesamte Himmelsmechanik schließt sich mit wunderbarer Genauigkeit den Berechnungen an, die allein auf der Newtonschen Anziehungsformel beruhen und ihren größten Triumph feierte die theoretische Astronomie durch die Entdeckung des Neptun.

Trotzdem gibt es seit geraumer Zeit einige wenige Fälle, wo sich die Bewegung der Himmelskörper längere Zeit nicht durch die reine Gravitationstheorie erklären lassen wollte oder wo ein Einklang mit der Theorie auch jetzt noch nicht erzielt worden ist.

Ein Fall, der lange unerklärt blieb, ist die bekannte Perihelbewegung der Merkursbahn, welche den theoretischen Wert um etwa 40″ im Jahrhundert übertrifft. Man glaubte eine Zeitlang sogar das Gravitationsgesetz korrigieren zu müssen [1]) und Hall hatte dafür die Formel $f = \frac{k^2 m_1 m_2}{r^{2+\lambda}}$ vorgeschlagen, wo λ den sehr kleinen Wert 0.000 000 16 haben sollte, der gerade imstande war, den Fehlbetrag in der Merkursbewegung zu erklären, ohne bei den anderen Planeten Effekte hervorzurufen, die mit den Beobachtungen in Widerspruch stünden.

Indessen hat diese ziemlich willkürliche und wenig plausible Annahme wenig Anhänger gefunden und sie löst auch nicht andere, später zu besprechende Schwierigkeiten, auf die Herr Geheimrat v. Seeliger [2]) zum ersten Male aufmerksam gemacht hat. Die dort von ihm diskutierte Laplacesche Formel $f = \frac{k^2 m_1 m_2}{r^2} e^{-\lambda r}$, welche der Gravitation die Eigenschaft der Absorption erteilt und darum plausibler erscheinen mag als die Hallsche, kann aber nicht zur Erklärung der Merkurstörung herangezogen werden, weil dann auch bei anderen Planeten, besonders Erde und Mars, derartige Perihelrotationen auftreten müßten, wie sie der Beobachtung nicht verborgen bleiben konnten.

Schließlich zeigte Herr Geheimrat v. Seeliger [3]), daß nicht nur die Perihelbewegung des Merkur sondern auch die kleineren und nicht so sicher verbürgten empirischen Glieder im Laufe der übrigen drei inneren Planeten Venus, Erde und Mars und schließlich die Erscheinung des Zodiakallichtes allein durch die Annahme einer scheibenartigen Staubmasse um die Sonne, die in der Ebene der Planetenbahnen liegt, ihre vollständige Erklärung fanden.

Somit war ein Zweifel am Newtonschen Gravitationsgesetz wenigstens für diesen Fall hinfällig geworden.

Der andere Einwand theoretischer Natur blieb bestehen [2]). Das Resultat der bekannten und darum nicht näher auszuführenden Untersuchungen Herrn Geheimrat v. Seeligers lautet [4]): „Ist die Gesamtmasse des Weltalls bei durchschnittlich endlicher Dichte unendlich, dann kann das Newtonsche Gesetz nicht als mathematisch genauer Ausdruck der herrschenden Anziehungskräfte gelten.“

Diese These beruht darauf, daß in einem solchen Raume nach dem gewöhnlichen Anziehungsgesetz der Gradient der Kraft, oder wie Seeliger sagt, die Zerrung, beliebig groß werden kann, wenn man sich nur genügend weit vom Zentrum des Systems entfernt, d. h. zwei unendlich nahe Massenpunkte können mit beliebig großer Kraft voneinander entfernt werden,

was natürlich jede Stabilität von endlichen geschlossenen Systemen, wie es unser Planetensystem darstellt, unmöglich machen muß. Diese Schwierigkeit verschwindet, wenn man dem Gravitationsgesetz die schon erwähnte Form

$$f = \frac{k^2 m_1 m_2}{r^2} e^{-\lambda r}$$

gibt, wo der Absorptionskoeffizient λ sehr klein, aber endlich sein muß.

Übrigens braucht man nicht anzunehmen, daß die Gravitation im leeren Raume eine Absorption erleide, sondern es genügt, zu sagen, daß ein Gravitationsstrahl (so nenne ich die Verbindungslinie zweier sich anziehenden Massenelemente), wenn er Masse endlicher Dichte durchdringen muß, geschwächt wird.

Man kann obige These daher auch so aussprechen:

> „Ist die Masse des Weltalls bei durchschnittlich endlicher Dichte unendlich, so muß die Gravitation entweder im leeren Raum, oder beim Durchgang durch Masse Absorption erleiden."

Zur Unterscheidung will ich in folgendem die kosmische Schwächung äußere Absorption, die materielle Schwächung Abschattung oder innere Absorption nennen.

Wenn aber eine äußere oder innere Absorption der Schwerkraft existiert, so müssen die Bewegungen der Himmelskörper anders vor sich gehen, als nach der üblichen Anziehungsformel und es ist nur die Frage, ob diese Abweichungen groß genug sind, um entdeckt zu werden.

II.

Das Mondproblem.

1. Zur Bewegung des Mondes.

Die im Sommersemester 1911 gestellte Preisaufgabe, zu deren Bearbeitung mich Herr Geheimrat v. Seeliger veranlaßte, enthält den Vorschlag, eine eventuelle Abschattung der Gravitation aus der Mondbewegung nachzuweisen.

Bei einer Mondfinsternis tritt die Erde zwischen Mond und Sonne und es müssen die von der Sonne kommenden Gravitationsstrahlen den Erdkörper durchdringen, ehe sie auf den Mond wirken.

Werden sie auf diesem Wege geschwächt, so muß der Effekt eine Änderung in der Mondbewegung sein.

In seinen Mondtafeln von 1857 hatte Hansen scheinbar alle früheren Unklarheiten durch Einführung zweier neuer Störungen in der mittleren Mondlänge, die durch den Planeten Venus hervorgerufen werden sollten, beseitigt. Sie waren von der Form:

$$(\mathrm{I}) = 15''.34 \sin (18\,V - 16\,E - g + 30°.2)$$
$$(\mathrm{II}) = 21''.47 \sin (8\,V - 13\,E + 4°.44),$$

wo V und E die mittleren Längen von Venus und Erde, g die mittlere Anomalie des Mondes bedeuten.

Bald aber zeigte Delaunay, der wohl das Glied (I) bestätigte, das sich (II) auf die Amplitude 0".27 reduziere und somit war von neuem eine Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung im fast vollen Betrage der Störung (II) vorhanden.

Im Jahre 1878 veröffentlichte Newcomb seine bekannten „Corrections to Hansens tables of the Moon", in denen er mit zweifelloser Sicherheit als Überschuß gegen die Theorie ein empirisches Glied von etwa 300 Jahren feststellte, dem er vor-

teilhafterweise dieselbe Periodenlänge gab, wie der Hansenschen Störung (I) und welches dann die Form bekam:

$$\Phi = -15''.5 \cos (18V - 16E - g).$$

Überaus sorgfältige Untersuchungen zeigten Newcomb, daß hier nicht etwa eine falsche Bestimmung der Hansenschen Störung (I) nach Amplitude und Phase vorliegen könne, und daß diese Periode Φ unter allen Umständen übrig bleibe.

Im Jahre 1894 schloß Tisserand den III. Band seiner Mécanique Céleste, welcher bloß die verschiedenen Mondtheorien behandelt und wo er im Schlußkapitel „Sur l'état actuel de la théorie de la lune" diese Dinge bespricht, mit den Worten:

La Théorie de la lune se trouve arrêtée par la difficulté que nous venons de développer. Déjà à l'époque de Clairaut, la gravitation semblait impuissante à expliquer le mouvement du périgée.

Elle triomphera encore du nouvel obstacle qui se présente aujourd'hui; mais il reste à faire une belle découverte!

Im Jahre 1909 brachte Newcomb[3]) eine neue Untersuchung über die Mondbewegung im Anschlusse an die neuesten Bestimmungen der Konstanten, besonders der Akzeleration nach Brown.

Die Abweichungen bleiben im wesentlichen dieselben und das große empirische Glied erhält unter Beibehaltung der Periode von Hansens (I) zu 273 Jahren die Form:

$$\Phi = 12''.95 \sin (1°.31 (t - 1800) + 100°.6).$$

Diese Periode ist bis 1680 zurück sehr sichergestellt, aber es bleiben auch hier noch kleinere Reste bis zum Betrage von 4″ in der mittleren Länge übrig. Seit etwa 1830 sind die Beobachtungen zahlreicher geworden und man kann sich so ein vollständiges und lückenloses Bild vom Gang der Abweichungen machen. Es zeigt sich eine deutliche Wellenlinie mit einer fast zwanzigjährigen Periode, deren Maxima um 1843, 1861, 1880 und deren Minima um 1830, 1852, 1871, 1892 liegen. Es schien mir nun von Anfang an wahrscheinlich, daß diese

„unexplained fluctuations“, deren Periode ungefähr mit der neunzehnjährigen Wiederkehr der Finsternisse, dem Saros der Alten, zusammenfällt, am ehesten durch die Schattenwirkungstheorie erklärt werden könnten.

Ich will gleich vorwegnehmen, daß die Vermutung sich als richtig erwiesen hat.

2. Ableitung der Formeln.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Mondfinsternisse auf die Mondbewegung muß man nun gleich eine Annahme über die Art der Schwächung der Gravitation machen. Als natürlichstes wird es da scheinen, wenn man mit geradlinigen Gravitationsstrahlen operiert und die Möglichkeit einer Art Beugung des Schwerefeldes um den Erdkörper nicht ins Auge faßt, daß die verhältnismäßige Absorption auf einer kleinen Wegstrecke ds dieser Strecke und der Dichte der durchlaufenen Masse proportional sei, so daß ein Strahl A_0 nach Durchdringung einer Masse von der Dicke D und der Dichte ϱ nur noch die Stärke

$$A = A_0 e^{-\lambda \int_0^D \varrho \, ds}$$

hat, wo λ die Absorptionskonstante für die Dichte $\varrho = 1$ bedeutet und ϱ noch eine Funktion von s sein mag.

Da wir von vornherein wissen, daß selbst für die Erde dies $\lambda \int_0^D \varrho \, ds$ nur eine kleine Größe sein kann, so genügt es, das erste Glied der Exponentialreihe mitzunehmen und man kann schreiben:

$$A = A_0 (1 - \lambda \int_0^D \varrho \, ds) = A_0 - A_0 \lambda \int_0^D \varrho \, ds.$$

Wir können also in allen Fällen die Wirkung so auffassen, daß eine dem A_0 entgegengesetzte Zusatzkraft von der Stärke $A_0 \lambda \int_0^D \varrho \, ds$ auftritt, die im Falle konstanter Dichte ϱ_0 den Wert $A_0 \lambda \varrho_0 D$ erhält.

Wenn also der Mond im Erdschatten steht, so wird er sich gegenüber der reinen Gravitationstheorie so bewegen, als ob eine kleine abstoßende Kraft von der Sonne her auf ihn wirkt. Da aber diese Richtung für die Dauer der Finsternis sehr nahe mit der Linie Erde-Mond zusammenfällt, so wird man keinen großen Fehler begehen, wenn man die abstoßende Kraft als von der Erde ausgehend betrachtet. Das aber ist die Richtung des Radiusvektor.

Die ohnehin sehr kleinen Projektionen der wahren Kraft in die Bahnrichtung dürften sich zum größten Teil während der ersten und zweiten Hälfte der Finsternis aufheben, und die Komponente senkrecht zur Bahnebene hat nur Einfluß auf Knoten und Neigung, die beide hier nicht betrachtet werden sollen.

Überhaupt wird man zunächst nur einen eventuellen Einfluß auf die Bahnhalbachse a oder die mittlere Bewegung n zu berücksichtigen haben, da diese ein proportional der Zeit wachsendes Glied in der mittleren Länge für jede einzelne Finsternis zur Folge haben.

Ist R die Kraft im Radiusvektor und sind die anderen Komponenten Null, dann ist nach den bekannten Formeln der Variation der Konstanten die Störung in der mittleren Länge l:

$$\frac{dl}{dt} = n_0 - \left\{ 2r + \frac{a e \sqrt{1-e^2}}{1+\sqrt{1-e^2}} \cos v \right\} \frac{a n}{\mu} R + \int \frac{dn}{dt}\, dt.$$

Da R außerhalb der Finsternis Null ist, so kommt nach dem vorhin Gesagten hier bloß der letzte Term $\int \frac{dn}{dt}\, dt$ in Betracht, wo die Integration über die Dauer der Finsternis zu erstrecken ist, da nachher das $\frac{dn}{dt}$ wieder Null wird und somit das Integral keinen weiteren Zuwachs erfährt.

$$\therefore \frac{dl}{dt} - n_0 = \int_F \frac{dn}{dt}\, dt = \Delta n.$$

Die Störung in der Länge ergibt sich dann aus der zweiten Integration.

Es wird:

$$\Delta l = l - l_0 = \int_0^t \int_F \frac{dn}{dt}\, dt\, dt,$$

wo als Grenzen des Integrals der Beginn der Finsternis und der Aufpunkt der Zeit zu setzen sind. Das Integral zerfällt in zwei Abschnitte, das Doppelintegral während der Dauer der Verfinsterung und den Ausdruck

$$\int_{t'}^{t} \Delta n\, dt = \Delta n\,(t - t'),$$

wo t' der Endpunkt der Finsternis ist.

Erster Teil ist verschwindend klein gegen den zweiten und man wird daher keinen nennenswerten Fehler begehen, wenn man ihn ganz vernachlässigt, aber dafür die Integration des Hauptgliedes vom Mittelpunkt der Finsternis beginnt, d. h. die ganze Wirkung als einen Momentanimpuls betrachtet.

Es ist aber:

$$\Delta n = \int \frac{dn}{dt}\, dt = -\frac{3}{2} \int \frac{n}{a} \frac{da}{dt}\, dt = -3 \int \frac{e \sin v}{a \sqrt{1 - e^2}}\, R\, dt.$$

Denkt man sich hierin außer e und a auch v konstant und gleich dem Betrage zur Mitte der Eklipse, so erhält man:

$$\Delta n = -\frac{3\, e \sin v}{a \sqrt{1 - e^2}} \int_F R\, dt.$$

Die Größe $\int R\, dt$ wollen wir den Impuls nennen und mit J bezeichnen.

$$\therefore l - l_0 = -\frac{3\, e \sin v}{a \sqrt{1 - e^2}}\, J\,(t - t').$$

Will man den Gesamteffekt einer Reihe von Finsternissen haben, so hat man die Summe zu bilden:

$$l - l_0 = -\sum^{(i)} \frac{3\,e \sin v_i}{a\sqrt{1-e^2}} J_i (t - t_i)$$

oder, da a und e für alle Finsternisse konstant sind,

$$l - l_0 = -\frac{3\,e}{a\sqrt{1-e^2}} \sum^{i} \sin v_i J_i (t - t_i).$$

Der Weg, den man für die numerische Rechnung vorteilhafterweise einschlagen wird, ist etwas anders. In obigem Ausdruck muß man nämlich für jeden einzelnen Zeitpunkt, um die Längenstörung zu erhalten, die ganzen Einzelwerte von der ersten betrachteten Finsternis ab bis zur letzten vor dem Aufpunkte t, einzeln mit $(t - t_i)$ multipliziert, summieren.

Berechnet man dagegen statt des Δl für jede Finsternis das Δn, d. h. die Änderung in der mittleren Bewegung durch diese, so ergibt die Summation dieser Δn-Reihe die wirksamen Abweichungen der mittleren Bewegung vom Normalwert zwischen je zwei Finsternissen. Die Terme dieser ersten Summenreihe, einzeln multipliziert mit $(t_i - t_{i-1})$, dem Zwischenraum zwischen je zwei Finsternissen, wiederum summiert, geben den gesamten Verlauf der Störung in der Länge.

Man hat so in der früheren Bezeichnungsweise

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{3}{2}\frac{n}{a}\frac{da}{dt} = -3\,\frac{e \sin v}{a\sqrt{1-e^2}}\,R$$

oder

$$\Delta n = n - n_0 = -\frac{3\,e \sin v}{a\sqrt{1-e^2}}\,J.$$

Da J immer das gleiche positive Vorzeichen hat, wird, wenn $0^0 < v < 180^0$ oder der Mond sich zur Zeit der Verfinsterung auf dem Wege vom Perigäum zum Apogäum befindet, n verkleinert, auf der anderen Hälfte der Bahn vergrößert; d. h. in ansteigender Bahn, von der Erde aus betrachtet, wird der Mond durch eine Finsternis gebremst, in fallender beschleunigt.

Dies geht schon aus der geometrischen Betrachtung hervor. In steigender Bahn fällt die Tangentialkomponente von

J in die Bewegungsrichtung, die Geschwindigkeit wird also vergrößert und mit ihr die Bahnachse, was eine Verkleinerung der mittleren Bewegung zur Folge hat. In fallender Bahn tritt natürlich das Umgekehrte auf.

Jetzt handelt es sich nur noch darum, das J als Funktion der Elemente der Finsternis zu bestimmen, ehe man zur Berechnung schreitet. Dies werde ich aber erst später darlegen.

Meine erste Rechnung gestaltete sich nun derart, daß ich die wahre Anomalie v dem Berliner Jahrbuch entnahm, indem ich das jeder Finsternis nächste Perigäum oder Apogäum aufsuchte und so auf Stunden genau die wahre Anomalie zunächst in Zeitmaß bekam, zu welcher dann aus einer hierzu von mir berechneten Tabelle sofort die Größe $\sin v$ zu entnehmen war. Ebenso wurde das J als Funktion der Dauer der Finsternis tabuliert, so daß ich für jede Eklipse

$$\Delta n_i = -\frac{3e}{a\sqrt{1-e^2}} \sin v_i J_i$$

bekam, welche Werte ich dann in der angegebenen Weise summierte.

Schon die so entstandene Kurve zeigte ein Zusammenfallen der Maxima von 1843, 1861 und 1880 und der Minima mit Newcombs Untersuchungen, dagegen wichen die letzten Jahre von 1895 an stark von den Newcombschen Werten ab, indem meine Kurve ein deutliches Maximum um 1895 zeigte, während Newcombs an dieser Stelle fast gerade weiter geht.

Diese Übereinstimmung war ebenso überraschend und zu genaueren Untersuchungen anregend, wie die Abweichung der letzten Jahre unerklärlich schien. Indessen war mir bald klar, daß diese Berechnungsmethode unzulänglich war und darum noch längst keinen, sei es positiven oder negativen, Schluß gestatten konnte.

Die Bahn des Mondes weicht nämlich von der mittleren Ellipse, selbst innerhalb eines Umlaufes, stark ab. Während der anomalistische Monat 27.6 Tage beträgt, der Mond also zum Wege vom Perigäum zum Apogäum und umgekehrt 13.8 Tage

gebrauchen sollte, schwankt diese Zahl zwischen weniger als 12 und mehr als 16 Tagen und ebenso sind die Perigäums- und Apogäumsdistanz starken Schwankungen unterworfen, was beides eine kolossale Deformation der mittleren Ellipse bedeutet und ein Hin- und Herschwanken der Apsidenlinie um etwa $\pm 30^0$ zur Folge hat.

Dadurch kann man in der Berechnung einer einzelnen Finsternis einen Fehler von fast 50 % des Maximalbetrages begehen. Unter diesen Umständen war es klar, daß die bisherigen Rechnungen noch nichts Bestimmtes aussagen konnten.

Um also die nötige Genauigkeit zu erzielen, mußte ich danach trachten, die oskulierenden Elemente, zum mindesten e und v, oder die Größe $e \sin v$ bis auf einige Prozente richtig zu erhalten.

Die „abgekürzten Tafeln des Mondes“ von Neugebauer [6]), deren Genauigkeit ausgereicht hätte, ergaben diese Größen ebensowenig. Überhaupt ist das e der oskulierenden Ellipse nirgends tabuliert.

Dies veranlaßte mich, einen wesentlich anderen Weg einzuschlagen, der auch zum Ziele führte.

Betrachten wir die Gleichung

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right).$$

V ist die Bahngeschwindigkeit des Mondes, $\mu = k^2 (M + m)$ der Massenfaktor. So gibt diese Gleichung die Beziehung zwischen r dem Radiusvektor, a der Halbachse und V der Geschwindigkeit.

Da der Impuls, den der Mond bei einer Verfinsterung erhält, mit einer Geschwindigkeitsänderung identisch ist, kann man aus obiger Gleichung den Einfluß der Finsternis auf die Halbachse und somit auf die mittlere Bewegung bestimmen.

Die hierzu nötigen Größen sind alle in den Jahrbüchern tabuliert.

Differenziert man obige Gleichung für $r = \text{const.}$ nach V, so erhält man:

$$2V\delta V = \frac{\mu}{a^2}\delta a$$

oder weil $V = \sqrt{\mu}\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}$ und $\delta a = -\frac{2a}{3n}\delta n$ ist

$$\delta V = -\frac{\sqrt{\mu}\,\delta n}{3na\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}}$$

und

$$\delta n = -\frac{3}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}\,\delta V.$$

δV bedeutet die Änderung der Geschwindigkeitsgröße (speed), ist also bei kleinem Impulse bloß dessen Komponente in der instantanen Bahnrichtung. Diese steht nun für gewöhnlich nicht senkrecht zum Radiusvektor, sondern bildet einen Winkel i mit dieser Richtung.

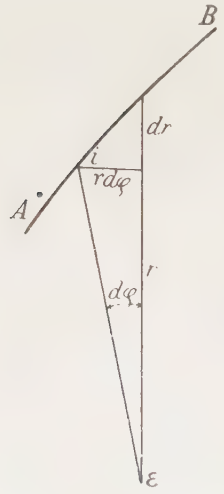

Fig. 1.

Ist $\mathfrak{E}$ die Erde, AB ein Stück der Mondbahn, dann ist

$$\frac{dr}{r\,d\varphi} = \operatorname{tg} i.$$

Da i wegen der ziemlich geringen Exzentrizität der Mondbahn klein bleibt, mag $i = \operatorname{tg} i = \sin i$ sein. Die Komponente von J in der Bahnrichtung ist aber $J \sin i$ oder auch

$$\delta V = J\frac{dr}{r\,d\varphi}.$$

Schreibt man statt des Differenzials δV das endliche Zeichen ΔV und statt δn Δn, so wird

$$\Delta n = -\frac{3}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}\,\Delta V = -\frac{3}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}\,\frac{dr}{a\,r\,d\varphi}\,J;$$

a ist die Halbachse der oskulierenden Ellipse, ihr entspreche die Parallaxe π_0, so daß $a = \frac{c}{\pi_0}$ und der Radiusvektor $r = \frac{c}{\pi}$ ist; c bedeutet den Äquatorialradius der Erde. Ferner ist

$$dr = -\frac{c}{\pi^2}\, d\pi.$$

Setzt man diese Werte ein, so ergibt sich

$$\Delta n = +3\sqrt{\frac{\pi_0}{c}\left(\frac{2\pi}{c} - \frac{\pi_0}{c}\right)}\,\frac{d\pi}{\pi\, d\varphi}\, J.$$

Schreibt man für

$$\pi - \pi_0 = \Delta\pi \quad \text{und} \quad \frac{d\pi}{d\varphi} = \frac{\frac{d\pi}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} = \frac{\dot{\pi}}{\dot{\varphi}},$$

so wird

$$\Delta n = \frac{3}{c}\,\pi_0\sqrt{1 + 2\,\frac{\Delta\pi}{\pi_0}}\,\frac{\dot{\pi}}{\pi\dot{\varphi}}\, J$$

$$= \frac{3}{c}\,\pi_0\left(1 + \frac{\Delta\pi}{\pi_0}\right)\frac{\dot{\pi}}{\pi\dot{\varphi}}\, J$$

$$\text{(I)} \qquad = \frac{3}{c}\,\frac{\dot{\pi}}{\dot{\varphi}}\, J,$$

weil $\pi_0 + \Delta\pi$ nach obiger Fortsetzung π sein sollte.

Die Größe $\dot{\pi}$ oder die Änderung der Parallaxe nach der Zeit ist aus den Jahrbüchern zu entnehmen. Im Berliner Jahrbuch sind die Mondparallaxen für jeden Mittag und jede Mitternacht angegeben und durch mechanische Differentiation findet man die Größe $\dot{\pi}$. Die Bewegung des Mondes $\dot{\varphi}$ ist bei den Konstanten der Finsternisse angegeben, in den älteren Jahrgängen in ihren Komponenten der Länge und Breite, in den späteren nach Rektaszension und Deklination.

In den neueren Jahrgängen des Berliner Jahrbuchs ist nicht mehr die Parallaxe, sondern $\log \sin \pi$ tabuliert. Da man $\sin \pi = \pi$ setzen darf, ist

$$\frac{d\pi}{\pi} = d \log \text{nat}\, \pi = \frac{d \log \pi}{M},$$

wo M der Modul $= 0.434$ ist. Man erhält so die Formel

$$\text{(II)} \qquad \Delta n = \frac{3}{Mc}\, \pi\, \frac{\dot{\log \pi}}{\dot{q}}\, J.$$

Aus beiden Formeln fällt das oskulierende Element a oder π_0 heraus und die einzigen Ungenauigkeiten, die bei der Ableitung begangen wurden, sind:

$$\sin i = i = \text{tg}\, i; \quad \sin \pi = \pi; \quad \sqrt{1 + \frac{2\Delta\pi}{\pi_0}} = 1 + \frac{\Delta\pi}{\pi_0}.$$

Eine Abschätzung zeigt, daß die Fehler einzeln $1\,^0/_{00}$ nicht übersteigen können, also auch im ungünstigsten Falle eine Häufung in einem Sinne weit unter $1\,^0/_0$ bleiben muß und somit ohne Bedeutung ist.

3. Die Bestimmung des Impulses.

Zur Bestimmung des Impulses J als Funktion der Größe oder Dauer der Finsternis denke man sich zunächst Sonne und Mond punktförmig, und nur die Erde als Kugel, dann wird die Verbindungslinie Sonne-Mond, in unserem Falle der Gravitationsstrahl, die Erde in einer Sehne s durchschneiden und die abstoßende Kraft, die im Radiusvektor wirkt und R genannt wurde, ist in jedem Moment proportional der in einem Zylinder, mit differentiellem Querschnitt und s als Achse, vorhandenen Masse. Da der Mond für die Dauer der Finsternis im wesentlichen eine geradlinige und gleichförmige Bewegung besitzt, so wird die Gerade Sonne-Mond eine Kalotte von der Kugel abschneiden und der Impuls $J = \int R\, dt$ ist proportional der in diesem Querschnitt von differentieller Dicke vorhandenen Masse und umgekehrt proportional der Wanderungsgeschwindigkeit des Mondes durch den Schatten. Ist V_0 die mittlere, V die wahre Geschwindigkeit des Mondes, dann ist $J = \frac{V_0}{V} J_0$,

wo J_0 bloß noch eine Funktion des Querschnittes Q oder des Durchmessers D desselben ist. In Th. v. Oppolzers Kanon der Finsternisse sind für jede Finsternis sowohl die Dauer der totalen, wie der partiellen Eklipse, gerechnet vom Momente der inneren bzw. äußeren Berührung der Mondscheibe mit dem Kernschatten der Erde, angegeben und zwar die mittleren Werte für die mittlere Geschwindigkeit des Mondes und den mittleren Schattendurchmesser. Da nun von der Erde aus gesehen Sonne und Mond fast genau den gleichen scheinbaren Durchmesser haben, so wird die äußere Berührung des Kernschattens sehr nahe mit dem Momente zusammenfallen, wo vom Mittelpunkt des Mondes aus der Sonnenmittelpunkt gerade über dem Erdrande steht. Man kann also D, den Durchmesser des Querschnittes Q, direkt durch T, die Dauer der partiellen Verfinsterung, ersetzen und hat nur noch $J_0 = f(T)$ zu bestimmen.

Hierzu muß man die Dichteverteilung im Erdinnern kennen. Für eine homogene Erde ergäbe sich nach vorigem $J_0 = \gamma Q = \gamma' T^2$.

Ist aber die Dichte eine Funktion allein des Radius, $\Theta = \Theta(r)$, dann ist die Masse eines Querschnittes von der kleinen Dicke h und dem Radius D

$$\mu = 2\pi h \int_0^D \varrho \, d\varrho \, \Theta = 2\pi h \int_{\sqrt{R^2 - D^2}}^R r \, dr \, \Theta,$$

wo R der Radius der Kugel ist.

Für die Ausführung der Rechnung kommen im wesentlichen zwei Theorien über die Dichteverteilung im Erdinnern in Betracht.

Nach der Gleichgewichtstheorie[7]) ist die Dichtezunahme nach folgender Formel gegeben, in der Θc die Mittelpunktsdichte der Erde, r den Abstand vom Erdmittelpunkt und R den Erdradius bedeuten.

$$\Theta_r = \Theta_c \left(1 + c_1 \left(\frac{r}{R}\right)^2 + c_2 \left(\frac{r}{R}\right)^4\right).$$

In Zahlenwerten liegt dies wahrscheinlich nach Helmert zwischen den Grenzen

$$\Theta_{r(1)} = 11.6 \left(1 - 1.12 \left(\frac{r}{R}\right)^2 + 0.36 \left(\frac{r}{R}\right)^4\right)$$

und

$$\Theta_{r(2)} = 11.2 \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 + 0.23 \left(\frac{r}{R}\right)^4\right).$$

Setzt man dies in obige Formel ein, so läßt sie sich ohne weiteres integrieren; der Ausdruck wird aber für die numerische Rechnung ziemlich kompliziert.

Nach der Wiechertschen Theorie besteht die Erde aus einem Steinmantel von etwa 1500 km Dicke und einer Eisenkugel darunter, dergestalt, daß das Verhältnis der beiden Dichten 1 : 2.5 betragen soll.

Diese aus der Theorie der Präzession und der Erdbeben[8]) gefolgerte Verteilung gestaltete meine Rechnung wesentlich einfacher, weil man hier die Wirkung zweier homogener Kugeln superponieren kann. Außerdem schien mir diese Theorie nach verschiedenen Gesichtspunkten gut gesichert und plausibel. Eine neue Göttinger Arbeit von Geiger und Gutenberg[9]), die allerdings erst nach Fertigstellung der Hauptpunkte meiner Rechnung erschien, hat dies wieder hinfällig gemacht, denn die genannten Autoren wollen nicht weniger als drei Diskontinuitätsflächen im Erdinnern entdeckt haben. Vielleicht wird doch die Annahme einer stetigen Dichtezunahme der Wahrheit näher kommen.

Die Grundlage meiner Rechnung ist also folgende Annahme: Die Erde besteht aus zwei konzentrischen homogenen Kugeln, deren größere den Erdradius R und deren kleinere den Radius $r = 0.77\ R$ besitzt. Hat der Mantel die Dichte δ_1, der Kern δ_2, dann hat die kleinere Kugel die Dichte $(\delta_2 - \delta_1)$. Es ist aber $\delta_2 = 2.5\ \delta_1$.

Die Masse eines Querschnittes vom Radius D ist dann, solange dieser nur die äußere Kugel trifft, d. h. $D^2 < R^2 - r^2 = 0.41\ R^2$ ist,

$$\mu = \pi h\, D^2\, \delta_1.$$

Trifft er aber auch die innere Kugel, wenn $D^2 > 0.41\ R^2$ ist, dann wird

$$\mu = \pi h D^2 \delta_1 + \pi h d^2 (\delta_2 - \delta_1),$$

wo d der Querschnittradius an der inneren Kugel ist.

Da $d^2 = r^2 - R^2 + D^2$ ist, erhält man

$$\mu = \pi h \delta_1 \left\{ D^2 \frac{\delta_2}{\delta_1} + (r^2 - R^2) \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} - 1 \right) \right\}$$

und numerisch

$$\mu = \pi h \delta_1 \{2.5\, D^2 - 0.62\, R^2\}.$$

$R = D_{\max}$ ist der Maximalwert von D

$$\therefore \mu = \pi h \delta_1 R^2 \left\{ 2.5 \left(\frac{D}{D_{\max}} \right)^2 - 0.62 \right\}.$$

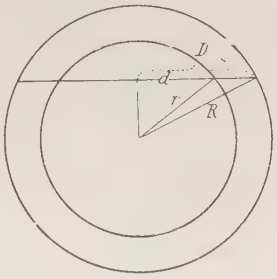

Fig. 2.

Für $\frac{D}{D_{\max}}$ kann man aber $\frac{T}{T_{\max}}$ setzen, die im Kanon angegebenen mittleren Halbdauern der Finsternisse. Da $T_{\max}$ etwa 112 Minuten beträgt, so wird

$$\mu = \pi h \delta_1 R^2 \left(2.5 \left(\frac{T}{112} \right)^2 - 0.62 \right).$$

Der in der Klammer stehende Ausdruck ist allein noch eine Funktion der Dauer der Finsternis. Er ist in der Tabelle 1 als J_0 tabuliert worden.

Der Proportionalitätsfaktor $\pi h \delta_1 R^2$ ist der Impuls einer maximalen Finsternis, soweit er durch die größere Kugel hervorgerufen wird.

Hat der Gravitationsstrahl, der die Erde mit der Sehne $2s$ durchschneidet, die Stärke F, dann ist die Zusatzkraft

$$R = 2 s \lambda \delta_1 F$$

und der Impuls der äußeren Kugel

$$J_1 = \int R\, dt = 2 \lambda \delta_1 F \int s\, dt$$

(über die Finsternis zu erstrecken).

Ist V die Geschwindigkeit des Mondes, r der Radius des Querschnittes Q, T die Halbdauer und $\tau = 0$ der Mittelpunkt der Finsternis, dann ist, da $\varrho = \tau V$; $r = TV$;

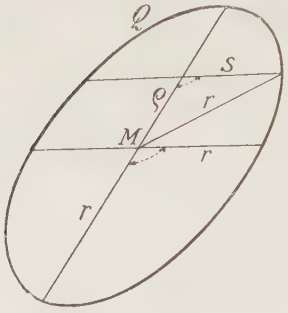

Fig. 3.

$$s = \sqrt{r^2 - \varrho^2} = V\sqrt{T^2 - \tau^2}$$

gesetzt werden kann,

$$\int s\,dt = \int_{-T}^{+T} s\,d\tau = V\int_{-T}^{+T} \sqrt{T^2 - \tau^2}\,d\tau$$

$$\therefore J_1 = \lambda\,\delta_1 F V \pi T^2 = \pi h \delta_1 R^2.$$

$J_{\max}$ für $T = 112$ Minuten wird dann nach der Tabelle zu

$$J_1 \cdot 1.92 = J_{\max}.$$

Der Mittelwert der Kraft R bei einer maximalen Finsternis ist aber $\frac{J_{\max}}{2T} = \bar{R} = 0.96\,\lambda\,\delta_1 \pi V T_{\max} F$.

Die Maximalkraft beim zentralen Durchgang des Gravitationsstrahls durch die Erde ist ferner

$$R_{\max} = 2\lambda F(R_1\delta_1 + R_2(\delta_2 - \delta_1)) = 4.32\,\lambda R_1 \delta F.$$

Da $T_{\max} V = R_1$ gesetzt werden kann, ist schließlich $\frac{R_{\max}}{\bar{R}} = 1.3$.

Wir werden diese Beziehungen später brauchen.

Es war $J = \frac{V_0}{V} J_0$; da $V_0 = n\,a$ und $V = r\dot{\varphi}$ mit guter Annäherung gesetzt werden kann. werden die Formeln I und II

$$\text{(I)}\quad \Delta n = \frac{3\,n\,a}{c^2}\frac{\dot{\pi}}{\dot{\varphi}^2}\pi J_0 \quad \text{und} \quad \text{(II)}\quad \Delta n = \frac{3\,n\,a}{Mc^2}\frac{\log \pi}{\dot{\varphi}^2}\pi^2 J_0.$$

Die Annahme, daß Sonne und Mond punktförmig seien, involviert natürlich, besonders für kleine Finsternisse, erhebliche Fehler. Es ist zwar möglich, eine Funktion aufzustellen, die der räumlichen Ausdehnung der drei Körper Sonne, Erde

und Mond Rechnung trägt, aber schon wenn man für alle drei Körper homogene Massenverteilung annimmt, erhält man besonders für partielle Verfinsterungen derart kompliziert abgegrenzte Integrale, daß ich davon absah. Nähme man die Dichte der Erde noch variabel an, so würde die Arbeit noch um ein vielfaches steigen.

Da schließlich jede Annahme, die man macht, eine wenig gesicherte Hypothese darstellt, so habe ich mich für den einfachsten Fall entschlossen.

4. Zur numerischen Rechnung.

Die Hauptpunkte meiner Rechnung habe ich in Tafel 2 angeführt, welche in folgendem kurz erläutert werden soll.

Kolonnen (1), (2), (3) enthalten Jahr, Datum und Zeitpunkt des Mittelpunkts der Finsternisse. (4) die Parallaxe zu gleichem Zeitpunkt. (5) die stündliche Bewegung in Bogenminuten. (6) $\dot{\pi}$ oder $\log \dot{\pi}$. Erstere in Zehntel-Bogensekunden pro Tag, letztere in der fünften Stelle von $\log \sin \pi$ ebenfalls pro Tag. (7) die Halbdauer der (partiellen) Verfinsterung. (8) die Größe Δn nach der angegebenen Formel I oder II berechnet. (9) die erste Summenreihe von Δn, oder die wirklichen Abweichungen $n - n_0$. (10) die zweite Summierung oder die Störung in der Länge.

(1) bis (4) sind im Berliner Jahrbuch bei den Elementen der Finsternisse angegeben. (5) wurde aus seinen Komponenten, die an gleicher Stelle zu finden sind, berechnet. (6) wurde mit Hilfe der Formeln zur mechanischen Differentiation in Bauschingers Tafeln zur theoretischen Astronomie aus den Mondephemeriden gewonnen. Es zeigte sich dabei, daß die erste und zweite Differenz der Parallaxen völlig ausreichten und die dritte Differenz selbst in den extremsten Fällen vernachlässigt werden konnte. Die Genauigkeit mag auf diese Weise mindestens 1 bis 2 % betragen. (7) ist dem Kanon der Finsternisse entnommen. (8) für die Berechnung des Δn wurde der konstante Faktor so bestimmt, daß ein Impuls in Millimetern pro Sekunde die Deviation in Zehntelsekunden pro Jahr

lieferte. Ferner wurde $J_{max} = 1$ gesetzt. (9) die Integrationskonstante Δn_0 wurde so gewählt, daß die Kurve einen möglichst horizontalen Verlauf nimmt. (10) eine weitere Vereinfachung wurde vorgenommen, indem der Zeitabstand zwischen zwei Finsternissen als konstant betrachtet wurde. Diese treten nämlich fünf bis sechsmal hintereinander in etwa halbjährigen Abständen auf, denen dann ein Zwischenraum folgt, der dem Ausfall von ein oder zwei Eklipsen entspricht. Diese Stellen wurden als Null-Finsternisse gerechnet und sind in der Tabelle (2) als leere Zeilen zu erkennen. So wurde das Intervall zwischen zwei Finsternissen zu 0.472 Jahren bestimmt und es entspricht in (10) die Einheit der Größe $\Sigma\Sigma\Delta n = \Delta l$ dem 0.47 fachen in Bogensekundenmaß.

5. Diskussion des Resultates.

Das Ergebnis meiner Rechnung, welches ich noch in beiliegender Kurve dargestellt habe, hat nun nichts Wesentliches an dem früheren geändert.

Unter meiner Kurve habe ich im gleichen Zeitmaßstab Newcombs Mondkurve zum Vergleiche aufgetragen.

Es zeigt sich ein vollkommenes Zusammenfallen der Maxima 1843, 1861, 1880 und der Minima 1832, 1852, 1874, 1892 in beiden Kurven und die gleiche Abweichung nach 1895: denn während meine ein deutliches Maximum zeigt, geht die Newcombsche gerade ansteigend weiter. Ein neues Ansteigen setzt bei mir 1909 ein, aber hier brechen Newcombs Untersuchungen ab.

Was soll man nun aus diesem Material schließen?

Die Übereinstimmung von 1830 bis 1895 ist so frappant, daß man sich, wenn bloß dies Stück der Kurve vorgelegen hätte, glaube ich, kaum der Überzeugung hätte enthalten können, daß hier die wahre Ursache der unexplained fluctuations entdeckt sei.

Die letzte Abweichung muß aber diesen Schluß wieder zweifelhafter machen.

Haben wir aber doch in der Extinktion der Gravitation

die wahre Ursache vor uns, wodurch kann dann dieses Auseinandergehen der beiden Kurven hervorgerufen werden?

Man kann vermuten, daß die 18jährige Fluktuation Newcombs ein wesentliches, periodisches Glied der Mondbewegung ist, wenn auch die wahre Ursache uns unbekannt ist. Dann muß der plötzliche Ausfall eines Maximums eine aperiodische, vielleicht bloß einmalige Störung darstellen. Man könnte daran denken, daß eine größere unsichtbare Masse, etwa ein Sternschnuppenschwarm, sehr nahe an dem System Erde-Mond vorbeigegangen sei und so die Störung hervorgerufen habe, die gerade das Maximum paralysiert.

Ehe man aber zu solchen Erklärungen seine Zuflucht nehmen will, muß man sich klar sein, ob nicht eine Mangelhaftigkeit meiner Untersuchungen an dem Auseinandergehen schuld sein kann. Wie die Mondfinsternisse selbst wird auch die Schattenwirkung nur unregelmäßig periodisch sein, so daß gar nicht ein sehr regelmäßiges Aussehen der Kurve erforderlich scheint.

Die Größen $\dot{\pi}$, $\dot{\varphi}$, π in meiner Rechnung dürften kaum an einer Ungenauigkeit schuld sein, wenn auch $\dot{\pi}$ nur auf 1 bis 2% genau ist und ebensowenig können die verschiedentlichen kleinen Vernachlässigungen höherer Glieder etwas ausmachen.

Dagegen ist die Größe J, der Impuls als Funktion der Dauer der Finsternisse, jedenfalls recht unsicher bestimmt. Die Dichteverteilung in der Erde, die mir nach den früheren Arbeiten von Wiechert und Geiger als gut gesichert und auch recht plausibel schien, ist durch die neuesten Göttinger Untersuchungen*) mehr als zweifelhaft geworden. Mit anderen Worten, das Gewichtsverhältnis, mit dem die großen und kleinen Finsternisse in die Störung eingehen, ist uns unbekannt. Dazu kommt noch, daß in Wirklichkeit Sonne und Mond auch keine Massenpunkte sind. Ferner sind im Kanon nur die Finsternisse aufgeführt, bei denen der Mond mit dem Kernschatten der Erde kollidiert.

*) Ganz neue Untersuchungen von Geiger und Gutenberg (Göttinger Nachrichten 1912, über Erdbebenwellen V u. VI) haben eine Mehrteilung der Erde in elastischer Hinsicht vollauf bestätigt. Wie aber nun die Dichteverhältnisse sich gestalten, darüber ist gar nichts bekannt.

Sei E der Erdradius, M der Mondhalbmesser und A der Minimalabstand des Mondmittelpunktes von der Schattenachse bei einer Finsternis.

Eine Berührung des Kernschattens findet aber statt, wenn $A < E$ ist. Ist dagegen $E + 2M > A > E$, so findet eine Halbschattenfinsternis statt. Da die Häufigkeit der verschiedenen A innerhalb dieser Grenzen nicht sehr verschieden sein wird, so ergäbe sich für das Häufigkeitsverhältnis der Kernschatten- zur Halbschattenverfinsterung etwa $E : 2M = 2 : 1$. Die Halbschattenfinsternis dürfte also etwa halb so häufig sein, als eine Kernschatteneklipse. Im Berliner Jahrbuch ist nur von letzteren die Rede, aber im Nautical Almanach sind einige Penumbral Eclipses angeführt, jedoch so selten, daß ich vermuten muß, daß nur die größten derselben, d. h. solche, die schon nahezu Kernschattendurchgänge sind, berechnet worden sind. Man kann somit schlechterdings die Rechnung nicht über alle Finsternisse ausdehnen und vermutlich werden überall da, wo in meiner Tabelle die Lücken auftraten, Halbschatteneklipsen diese Stellen ausfüllen, die aber alle der Rechnung entgangen sind.

Zwar würde, selbst wenn Sonne und Mond homogene Kugeln wären, der Impuls von Halbschattenfinsternissen verschwindend klein werden, aber an der Grenze zwischen Kern- und Halbschattenverfinsterung dürfte dieser noch einen nennenswerten Betrag besitzen, während er nach meiner Rechnung schon an dieser Stelle Null wird.

Ferner müssen auch Sonnenfinsternisse, wo ein Teil der Erde im Mondschatten steht, also durch den Mond geschwächte Sonnengravitation erhält, einen Effekt auf das System Erde-Mond ausüben. Erstens ist aber der Mondschatten, entsprechend dem kleineren Durchmesser und der geringeren Dichte des Mondes, dünner und außerdem trifft er bloß einen Teil des Erdkörpers. Dagegen sind Sonnenfinsternisse etwas häufiger als Mondverfinsterungen. Eine Abschätzung zeigt, daß die Wirkung höchstens etwa den fünfzigsten Teil der Mondwirkung betragen kann.

Bemerkenswerter ist ein anderer Umstand, der aus näherer Betrachtung meiner Rechentabelle ersichtlich ist. Die Wirkung zweier aufeinanderfolgender Finsternisse ist fast immer entgegengesetzt, weil nämlich der Mond nach einem halben Jahr zur Zeit seiner Opposition mit der Sonne auf der ungefähr entgegengesetzten Seite seiner Bahn steht. Und gerade die maximalen Beträge heben sich meistens bis auf wenige Prozente auf. Für schwache Finsternisse ist der Gradient nach der Zentralität, $\frac{\partial J}{\partial A}$ größer als für die maximalen. Infolgedessen werden sie sich gegenseitig weniger gut kompensieren, das heißt sie besitzen eine größere Wirksamkeit, als ihnen nach der Impulsgröße zuzukommen scheint.

Wenn auch nach diesem die Rechnung im einzelnen noch ungenau und verbesserungsbedürftig ist, so werden doch die größeren Schwankungen kurzer Periode sicherlich richtig sein. Daß in der Newcombschen Kurve das Maximum von 1861 besonders intensiv, das von 1880 viel schwächer ist, während meine Kurve diesen Umstand kaum zeigt, könnte keineswegs als Einwand gelten. Daß aber das Maximum 1895 in meiner Kurve sich bei Newcomb gar nicht angedeutet findet, ist merkwürdiger. Immerhin ist durch ein einseitiges Zusammenwirken der oben erörterten Ungenauigkeiten ein Fehler im vorliegenden Betrage wohl möglich und schließlich sind auch die Punkte der Newcombschen Kurve nicht so sicher, daß ein schwaches Maximum um 1895 ausgeschlossen wäre.

Ich möchte somit glauben, daß man mit guter Wahrscheinlichkeit eine Extinktion der Gravitation im Erdinnern als die wahre Ursache der betrachteten Mondschwankungen ansprechen kann.

6. Die Konstante der Abschirmung.

Nimmt man nun die Abschirmung der Gravitation als wahre Ursache der Mondschwankungen an, so läßt sich durch Vergleich der beiden Kurven die Extinktionskonstante bestimmen.

In meiner Kurve beträgt die Amplitude der 18jährigen Schwankung etwa 50 Teile in der von mir gegebenen Skala, d. i. bei einem Impulse $J_{\max} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ das 0.47fache im Sekundenmaßstab, also 24 Teile oder 2.″4. Der wahre Wert nach Newcomb beträgt im Mittel etwa 2.″5; somit wird der Maximalimpuls wirklich etwa 1 mm sec^{-1} betragen.

Die Sonnenkraft ist etwa 6 mm sec^{-2}, ein mittlerer Bruchteil γ davon wirkt während der Zeit $2\,T_{\max} = 224$ min und erzeugt die Geschwindigkeit $1 \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$

$$\therefore\ v = \bar{R}\,2\,T_{\max} = 2\,\gamma\,F\,T_{\max}$$

$$\gamma = \frac{v}{2\,T\,F} = \frac{1}{80\,000}.$$

Da $R_{\max} = \bar{R}\,1.3 = 1.3 \cdot \gamma F = \gamma' F$ ist, wird

$$\gamma' = \frac{1}{60\,000}$$

die relative Schwächung eines Zentralstrahles.

Die Absorptionskonstante für $\delta = 1$ wird dann im C-G-S-System

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-15}.$$

Wieviel Vertrauen diesen Zahlen beizumessen ist, läßt sich natürlich im Augenblick nicht sagen. Ein paar Worte aus Newcombs letztem Aufsatz in den Monthley Notices 1909, die geeignet sind, dies Vertrauen zu erhöhen, möchte ich hier noch anführen. Er sagt dort bei der Diskussion seiner empirischen Kurve:

„The preceeding suggestions seem to me to include every known cause of action. If we pass to unknown causes and inquire what is the simplest sort of action, that would explain all the phenomena, the answer would be — a fluctuation in the attraction between the Earth and Moon."

Newcomb, mit Hansen zweifellos der beste Kenner der Mondtheorie, gibt eine Erklärung im Sinne des Newtonschen Gravitationsgesetzes hiermit auf!

Und ist nicht die meiner Arbeit zu Grunde liegende Hypothese etwas Derartiges, wie Newcomb es nennt „a fluctuation in the attraction“?

Und im wesentlichen ist durch meine Kurve eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung erzielt worden.

7. Über den Wert neuer Untersuchungen.

Genauere Untersuchungen über denselben Gegenstand können mein Resultat bestätigen. Der Weg, auf dem dies zu erreichen wäre, ist etwa folgender: Es sollten Mondtafeln hergestellt werden, die analog denen von Neugebauer die oskulierenden Elemente e, v und a liefern oder auch $e \sin v$ und a.

Es würde wahrscheinlich genügen, die Hauptstörungen, wie Evektion und Variation, zu berücksichtigen und ihre Argumente nach der Zeit zu tabulieren.

Will man nach der zweiten Art der Formeln rechnen, so könnte man auch die Parallaxe in den Tafeln angeben und erhielte dafür folgende Form:

$$\pi = \pi_0 + \pi_1 \sin \alpha_1 t + \pi_2 \sin \alpha_2 t + \cdots;$$

die Änderung der Parallaxe wäre dann

$$\dot{\pi} = \pi_1 \alpha_1 \cos \alpha_1 t + \pi_2 \alpha_2 \cos \alpha_2 t + \cdots$$

und ließe sich ebenfalls leicht aus den Tafeln bestimmen. Ebenso wäre $\dot{q} = \dfrac{dl}{dt}$ schon aus den Tafeln von Neugebauer mit Hilfe einer kleinen Rechnung zu gewinnen.

Besonders aber wäre es erforderlich, mit möglichst verschiedenen Dichteverteilungen die Schattenfunktion zu berechnen und besonders Sonne und Mond nicht mehr als Punkte zu betrachten, sondern das genaue Schattenintegral aufzustellen. Man könnte verschiedene Funktionen ausprobieren und dann die beste gelten lassen. Auch sollte man für die Halbschattenfinsternisse die genäherten Elemente berechnen.

Würden sich so die Schwankungen wesentlich besser darstellen lassen, so dürfte man von der Realität einer Gravitationsextinktion überzeugt sein.

Die große 273jährige Periode von Newcomb ist bei den Erörterungen vollkommen unerwähnt geblieben. Meine Rechnungen erstrecken sich bloß über den Zeitraum, wo in den Jahrbüchern die nötigen Angaben gemacht sind. Neue Mondtafeln würden gestatten, die Rechnung beliebig weit auszudehnen. Ob dies jedoch Wert hätte, scheint mir sehr fraglich zu sein. Denn wenn auch die Genauigkeit einer neuen Untersuchung so groß wäre, daß die kürzeren Schwankungen vollkommen dargestellt würden, so müßte doch ein hierfür unmerklicher Fehler über lange Zeiten sich sehr stark bemerkbar machen. Die Kraft, welche die große Periode hervorruft, beträgt etwa bloß 2% von der, welche die 18jährige Schwankung bewirkt, d. h. um so viel genauer müßte die Rechnung werden, wenn man über die Existenz der 273jährigen Störung etwas aussagen wollte.

Ein anderer Weg, auf den mich Herr Geheimrat von Seeliger aufmerksam machte, könnte möglicherweise Aufschluß geben, ob eine Periode von der fraglichen Länge in der Wirkung der Finsternisse vorhanden sein kann.

Die 19jährige Wiederkehr der Finsternisse, der Saros, ist durch eine ziemlich vollständige Kommensurabilität des synodischen und drakonitischen Monats bedingt. In derselben Zeit dreht sich das Mondperigäum etwa zweimal um 360° und da für die Schattenwirkung auf die Mondbewegung die Lage der Apsidenlinie maßgebend ist, so beruht die 18—19jährige Periode auf der Kommensurabilität der drei Größen: synodischer, anomalistischer und drakonitischer Monat.

Ließe sich eine Kommensurabilität der drei Größen weiterhin in einem Zeitraum von 250 bis 300 Jahren zeigen, so wäre auch eine Periode von dieser Länge in der Mondbewegung zu erwarten. Da man aber gar kein Urteil hat, wie vollkommen die Kommensurabilität dazu sein muß, wird sich nicht leicht

etwas Bestimmtes hierüber angeben lassen. Ich habe auch eine solche bisher nicht finden können.

Doch scheint es mir darum keineswegs ausgeschlossen, daß auch die große Periode durch die Finsterniswirkung hervorgerufen wird. Ließe sich dies wirklich nachweisen, dann wären alle Rätsel der Mondtheorie gelöst!

III.

Andere Folgen der Abschirmung.

Wenn das Gravitationsgesetz in der alten Form nicht immer gültig ist, so ist es wahrscheinlich, daß auch noch in anderen als dem betrachteten Falle Abweichungen von der reinen Newtonschen Bewegung auftreten werden.

Deren gibt es auch eine ganze Anzahl, von welchen einige vielleicht zur Prüfung der Theorie herangezogen werden können.

I. Trabanteneklipsen.

Mit den Mondfinsternissen vollkommen wesensgleich sind die Trabantenverfinsterungen der anderen Planeten. Bei ihnen müssen natürlich analoge Erscheinungen auftreten.

Am aussichtsreichsten dürften hier für eine Untersuchung die Jupitermonde und der innere Marsmond, Phobos, sein. In all diesen Fällen tritt nämlich nicht ein einziges Finsternispaar während des Planetenumlaufs ein, sondern beim Jupiter tritt der Trabant I während jedes Umlaufs für mehrere Stunden in den Schatten seines Zentralkörpers und selbst IV durchläuft diesen noch sehr häufig.

Bei Phobos treten während des Marsjahres zwei getrennte Serien von Eklipsen auf.

Jupiter ist zwar größer als die Erde und dürfte einen bedeutend dichteren Schatten werfen, aber die Anziehungsbeschleunigung der Sonne beträgt dort nur noch 4% des Wertes in Erdentfernung, so daß der Impuls einer einzelnen Finsternis dort bedeutend kleiner sein wird als beim Erdmond.

Dazu kommt noch, daß die Bahnen der Monde I und II überhaupt keine nachweisbaren, III und IV nur kleine Exzentrizitäten haben. Da An dem e proportional ist, so muß dies für die inneren Monde unberechenbar und für die äußeren Monde klein sein. Würde die summierte Wirkung selbst 1 bis 2° in jovizentrischer Länge betragen, so dürfte sie sich wohl noch immer nicht nachweisen lassen.

Wesentlich günstiger liegt dies bei Phobos, der eine größere Bahnexzentrizität und eine enorme mittlere Bewegung besitzt. Beträgt doch seine Umlaufszeit bloß $7^1/_2$ Stunden.

Wegen seiner großen Nähe am Hauptkörper tritt er trotz seiner großen Neigung während des größten Teils des Marsjahres in den Planetenschatten. Die zwei Finsternisserien, die durch die Zeiten, in welchen die Knotenlinie der Phobosbahn in die Marsbahn mit der Bewegungsrichtung des Mars zusammenfällt, getrennt sind, würden sich, wenn die Lage des Periastrons unverändert geblieben wäre, entgegenwirken, so daß eine Periode von der Dauer des Marsjahres vorhanden wäre. Professor H. Struve hat in den Astr. Nachr. 3302 (1895) die Veränderungen der Elemente der Marstrabanten untersucht, um daraus die Lage des Marsäquators und die Abplattung zu bestimmen. Die spärlichen und ziemlich unzusammenhängenden Beobachtungen zeigten, daß die Umlaufszeit der Apsidenlinie für Phobos ziemlich genau mit dem Marsjahr übereinstimmen müsse, während Knoten und Neigung sich nur viel langsamer ändern.

Danach würden die zwei Finsternisserien sich nicht aufheben, sondern lange Zeit hindurch zusammenwirken. Die Exzentrizität ist allerdings starken Schwankungen unterworfen. Verschiedene Beobachtungen geben Werte von $e = 0.036$ bis 0.007. Eine Abschätzung zeigt, daß unter günstigen Bedingungen die Störung vielleicht 10° bis 20° areozentrischer Länge betragen kann.

Eine fortlaufende Beobachtung der Veränderung der Elemente und der mittleren Bewegung könnte wahrscheinlich Aufschluß geben, ob auch hier der Einfluß eines Gravitationsschattens angedeutet ist.

2. Säkulare Retardation.

Betrachten wir noch einmal die Formel

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{3e\sin v}{a\sqrt{1-e^2}}R.$$

Hierbei wurde angenommen, daß e, v und a während der Finsternis konstant seien. In Wirklichkeit aber werden sie durch den Schatten geändert und v ist ohnehin mit der Zeit variabel. Es ist somit:

$$e = e_0 + \int \frac{de}{dt}dt$$

$$a = a_0 + \int \frac{da}{dt}dt$$

$$v = v_0 + \int \dot{\varphi}\,dt - \int \frac{d\tilde{\omega}}{dt}dt.$$

Denkt man sich wieder die Dauer der Finsternis beliebig klein werdend, so verschwindet das $\int \dot{\varphi}\,dt$ und es wird

$$v = v_0 - \int \frac{d\tilde{\omega}}{dt}dt.$$

Setzt man diese Werte in die Formel ein und rechnet sie nach der Methode der Variation der Konstanten aus, so erhält man unter Vernachlässigung höherer Potenzen von e

$$\Delta n = -\frac{3e\sin v}{a\sqrt{1-e^2}}J - \frac{3}{na^2}\int R\int R\,dt\,dt.$$

Da $\int R\,dt = J$, ist $R\,dt = dJ$ und

$$\int R\int R\,dt\,dt = \int J\,dJ = \frac{J^2}{2}$$

$$\Delta n = -\frac{3e\sin v}{a\sqrt{1-e^2}}J - \frac{3}{2}\frac{J^2}{na^2}.$$

Da $n a = V_0$ gesetzt werden kann, wird der zweite Term, der uns hier bloß interessiert,

$$-\frac{3}{2} n \left(\frac{J}{V_0}\right)^2.$$

Dieser Term ist also von zweiter Ordnung in $\left(\frac{J}{V}\right)$, d. h. in dem Verhältnis $\frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Geschwindigkeit}}$ und unabhängig von e und v und hat immer das gleiche negative Vorzeichen. Die Summierung aller Finsternisse verursacht somit eine säkulare Retardation, welche die Halbachse beständig vergrößert.

In allen Fällen, die wir kennen, Erdmond und Jupitermonde, muß diese Retardation selbst über Jahrhunderte unmerklich bleiben. Indessen könnte sie für die nach Jahrmillionen zählenden Zeiträume kosmischer Entwickelungen von Bedeutung sein, weshalb ich sie hier auch erwähnt habe.

Aus geometrischen Betrachtungen folgt, daß die Retardation durch die Normalkomponente des — nicht unendlich kleinen — Impulses auf die Bewegungsrichtung verursacht wird.

3. Das Anziehungsgesetz, Gravitationsverlust.

Wenn eine Abschattung der Gravitation existiert, dann gilt auch schon für Körper mit endlicher Ausdehnung das Newtonsche Gesetz nicht mehr.

Denn, wenn ein Himmelskörper einen anderen anzieht, müssen die seinem Innern entspringenden Gravitationsstrahlen die über ihrem Ursprung lagernden Massen durchdringen und werden dabei geschwächt. Man sieht daraus schon, daß die Gesamtanziehung verringert werden muß, ein Gravitationsverlust auftritt.

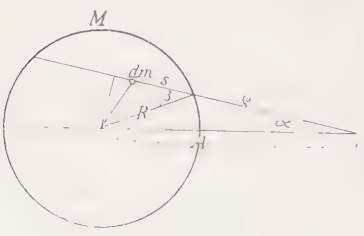

Fig. 4.

Betrachten wir zunächst die Wechselwirkung zwischen einem Massenpunkt und einer aus homogenen Schichten zusammengesetzten Kugel. Ist

μ der Massenpunkt, M die Masse der Kugel, R ihr Radius und $\delta = \delta(r)$ ihre Dichte, dann ist die Anziehung auf μ das Integral des Beschleunigungsvektors ($\mathfrak{B}$) nach den Massenelementen der Kugel.

$$z = \int \mathfrak{B}\, dm.$$

Wegen der Achsensymmetrie braucht man von $\mathfrak{B}$ bloß die Komponente in dieser Richtung zu beachten, das ist $B \cos\alpha$ (siehe Figur).

Ist μ der Aufpunkt, dann ist

$$\mathfrak{B} = \frac{k^2}{\varrho^2} e^{-\lambda \int_0^S \delta\, d\varrho}$$

$$dm = \delta \varrho^2\, d\varrho\, d\alpha\, d\varphi \sin\alpha$$

(φ ist der Winkel um die Symmetrieachse).

Es wird also

$$z = \int B \cos\alpha\, dm = k^2 \iiint \delta\, d\varrho\, d\alpha\, d\varphi \sin\alpha \cos\alpha\, e^{-\lambda \int_0^S \delta\, d\varrho}.$$

Führt man statt α den Winkel β ein, so wird

$$\sin\alpha = \frac{R}{A} \sin\beta; \qquad \cos\alpha\, d\alpha = \frac{R}{A} \cos\beta\, d\beta,$$

wo β nun von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ zu integrieren ist.

Das bestimmte Integral wird dann:

$$z = \frac{k^2 R^2}{A^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} {}_{(\beta)} \int_0^{2\pi} {}_{(\varphi)} \int_0^{2r\cos\beta} {}_{(\varrho)} \delta\, d\beta\, d\varrho\, d\varphi \sin\beta \cos\beta\, e^{-\lambda \int_0^S \delta\, d\varrho}.$$

Hier ist

$$\delta = \delta_{(\varrho)} = \delta_{(\sqrt{R^2 + S^2 - 2RS\cos\beta})}.$$

Das ganze Integral ist somit unabhängig von A, dem Abstand des Punktes μ von der Kugel und die Anziehung einer geschichteten Kugel ist, wie beim gewöhnlichen Newtonschen Gesetz, dem Quadrate des Abstandes reziprok. Nur die

Attraktionskonstante ist noch unbestimmt und eine spezielle Funktion der Eigenschaften der Kugel.

Für homogene Kugeln läßt sich dieser Ausdruck leicht berechnen und es soll hier gleich die Annahme gemacht werden, daß die Größe $\lambda \delta R$ klein sei und somit $e^{-\lambda \delta s} = 1 - \lambda \delta s$ gesetzt werden kann; dann wird, wenn man die Integration über φ gleich ausführt,

$$z = \frac{k^2 R^2}{A^2} 2\pi \delta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2R\cos\beta} (1 - \lambda \delta s) \sin\beta \cos\beta \, ds \, d\beta.$$

Hieraus wird

$$z = \frac{k^2}{A^2} \tfrac{4}{3} \pi R^3 \delta (1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R)$$

und da $\frac{4}{3} \pi R^3 \delta = M$ ist,

$$z = \frac{k^2 M}{A^2} (1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R).$$

Die Kraft, mit der M auf μ wirkt, ist dann

$$\mathfrak{F} = z \mu = \frac{k^2 M \mu}{A^2} (1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R).$$

Daß die Kraft, mit welcher μ auf M wirkt, die gleiche ist, läßt sich leicht einsehen.

Es ist nämlich z', die Beschleunigung, welche μ auf die Kugel M ausübt, der Mittelwert der Beschleunigungen auf die einzelnen Massenelemente über die ganze Kugel.

$$z' = \frac{\int \mathfrak{B}' \, dm}{\int dm} = \frac{1}{M} \int \mathfrak{B}' \, dm.$$

Da aber

$$\mathfrak{B}' = \frac{k^2 \mu}{\varrho^2} e^{-\lambda \int_0^S \delta \, d\varrho}$$

ist, wird das Integral das gleiche und es wird

$$z' = \frac{k^2 \mu}{A^2} (1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R)$$

$$F' = z' M = \frac{k^2 \mu M}{A^2} (1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R) = z \mu = F.$$

Diese Formel unterscheidet sich von der gewöhnlichen durch den Faktor $(1 - \frac{3}{4} \lambda \delta R)$ und die Anziehung ist um den Bruchteil $\frac{3}{4} \lambda \delta R$ geringer geworden.

Diese Größe wollen wir den Gravitationsverlust nennen und immer mit dem Buchstaben h bezeichnen.

Für die Erde ergibt sich nach dem Vorigen

$$h_{\odot} = \frac{1}{160\,000}.$$

Will man nicht bloß mit geringen Gravitationsverlusten rechnen, so kann man für eine homogene Kugel leicht den exakten Anziehungswert finden.

Es war

$$z = \frac{k^2 R^2}{A^2} 2\pi\delta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2R\cos\beta} \sin\beta \cos\beta e^{-\lambda\delta s} d\beta\, ds.$$

Setzt man $2R\cos\beta\lambda\delta = p$ und $2R\lambda\delta = P$, so erhält man

$$z = \frac{k^2 R^2}{A^2} \frac{2\pi}{\lambda P^2} \int_P^0 (e^{-p} - 1) p\, dp$$

$$= \frac{k^2 R^2}{A^2} \frac{2\pi}{\lambda P^2} \left\{ \frac{P^2}{2} - 1 + P e^{-P} + e^{-P} \right\}.$$

Der entwickelte Ausdruck gibt dann:

$$F = \frac{k^2 M \mu}{A^2} 3 \left\{ \frac{2}{3!} - P \frac{3}{4!} + P^2 \frac{4}{5!} - P^3 \frac{5}{6!} \cdots \right\}$$

$$= \frac{k^2 M \mu}{A^2} \{1 - \tfrac{3}{4} \lambda \delta R + \tfrac{1}{5} \lambda^2 \delta^2 R^2 - \tfrac{1}{4} \lambda^3 \delta^3 R^3 \ldots\},$$

also in erster Ordnung den früheren Anziehungswert liefernd.

Wird in der unentwickelten Form

$$F = \frac{k^2 \mu}{A^2} \frac{R^2}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{P^2} \left\{ \frac{P^2}{2} - 1 + P e^{-P} + e^{-P} \right\}.$$

P durch Anwachsen von δ oder R sehr groß, dann verschwinden die letzten drei Glieder in der Klammer gegenüber dem ersten und es wird

$$\lim_{P=\infty} F = \frac{k^2 \mu}{A^2} \frac{R^2}{2} \frac{\pi}{\lambda}.$$

Bei unendlich großer Masse eines Himmelskörpers wird die Gravitation nicht unendlich, sondern nähert sich einem Grenzwert!

Man könnte einen solchen Körper dann als den „absolut schweren Körper“ bezeichnen.

k^2 ist im cgs-System etwa $\frac{1}{16\,000\,000}$. λ ist $3 \cdot 10^{-15}$.

Somit wird die Maximalattraktion auf den Massenpunkt μ

$$z = 600 \left(\frac{R}{A}\right)^2 \frac{\text{km}}{\text{sec}^2}.$$

Für die Oberfläche der Kugel ist $A = R$ und somit ist das größt-denkbare Schwerefeld durch die Beschleunigung $G = 600 \frac{\text{km}}{\text{sec}^2}$ gegeben.

Wenn man bedenkt, daß an der Sonnenoberfläche die Anziehung bloß 270 $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ beträgt, so liegt dieser Grenzwert noch etwa 2000 mal darüber. Oder ein Körper hätte im gesättigten Felde etwa dieselbe Geschwindigkeit nach einer Sekunde erreicht, welche er beim Fall aus dem Unendlichen auf die Sonnenoberfläche erlangt.

Es mag der Hinweis genügen, daß dies genau dasselbe ist, wie das Kirchhoffsche Gesetz der Strahlungstheorie. k^2 ist das Emissionsvermögen, λ das Absorptionsvermögen der Materie für die Gravitation.

Die bisherigen Ableitungen bezogen sich bloß auf die Wechselwirkung zwischen einer Kugel und einem Massenpunkt. In Wirklichkeit handelt es sich aber um Anziehungen zwischen ausgedehnten Körpern, im allgemeinen Kugeln.

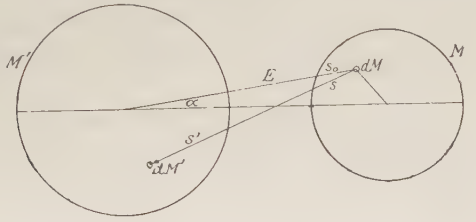

Fig. 5.

Sind M und M' zwei homogene Massenkugeln, dann ist die Beschleunigung, welche ein Massenelement dM' der einen Kugel auf ein solches dM der anderen Kugel ausübt,

$$k^2 \frac{dM'}{\varrho^2} e^{-\lambda(s'+s)} = \mathfrak{A}\, dM'.$$

Es tritt hier also statt des Faktors $e^{-\lambda s}$ die Größe $e^{-\lambda(s+s')}$ auf, weil in beiden Kugeln Extinktion der Gravitation eintritt. Die Gesamtbeschleunigung auf dM ist dann

$$\mathfrak{B} = \int \mathfrak{A}\, dM'$$

und die Beschleunigung auf M der Mittelwert von $\mathfrak{B}$ über die Kugel M

$$z = \frac{\int \mathfrak{B}\, dM}{\int dM} = \frac{1}{M} \iint \mathfrak{A}\, dM\, dM'$$

$$F = \iint \mathfrak{A}\, dM\, dM'.$$

Dieses Integral läßt sich nicht so leicht ausführen wie das frühere, wo dM durch den freien Massenpunkt μ ersetzt war, denn die Strecke s ist eine Funktion des Rotationswinkels um E, so daß die Symmetrie für die erste Integration verloren geht. Man kommt schon für $\mathfrak{B}$ auf elliptische Integrale.

Nimmt man aber statt des variablen s in $\mathfrak{A} = \frac{k^2 e^{-\lambda(s'+s)}}{\varrho^2}$ den Sehnenabschnitt des Zentralstrahles von dM nach M', so kann man den konstanten Faktor $e^{-\lambda s_0}$ vor das Integral nehmen und erhält nach dem Vorigen

$$\mathfrak{B} = \frac{k^2 M'}{E^2} (1 - h') e^{-\lambda s_0}.$$

Diese Vereinfachung muß überall da erlaubt sein, wo das Gravitationsstrahlenbündel schmal, also der gegenseitige Abstand der Körper groß gegen ihre Dimensionen ist.

Ist dies nicht mehr der Fall, dann wird die Berechnung unzulänglich. Es wäre denkbar, daß dann der Gravitationsverlust eine Funktion des Abstandes der Kugeln wird, das hieße aber, daß das Quadratgesetz der Anziehung gestört würde. Es träte eine Perihelbewegung ein.

Für planetarische Fälle kann man aber sicher die Annäherung gelten lassen, denn selbst in Merkurentfernung hat die Sonne einen scheinbaren Durchmesser von etwa $1^1/_2{}^0$, so daß das Strahlenbündel sicher als ein Strahl aufgefaßt werden kann.

Der Ausdruck

$$\mathfrak{B} = \frac{k^2 M'(1 - h')}{E^2} e^{-\lambda s_0}$$

entspricht aber genau der Wirkung eines Massenpunktes von der Masse $M'(1 - h')$, der die ausgedehnte Kugel M' ersetzt. Die Beziehung zwischen einem solchen und einer Kugel wurde aber im früheren bestimmt, so daß hier wird:

$$F = \frac{k^2 M(1 - h) M'(1 - h')}{A^2}.$$

Bei zwei ausgedehnten Massen bestimmt sich die Gravitationskraft nicht nach dem gewöhnlichen Newtonschen Gesetz, sondern es tritt hierzu noch als Faktor das Produkt der Verlustgrößen für beide Körper hinzu.

Sind die Kugeln nicht homogen, so wird vermutlich die Größe h mehr oder weniger von $\frac{3}{4}\lambda\delta R$ verschieden sein. Da die Dichte wohl immer nach innen zunehmen wird, die Hauptmassen also dort lagern, wird der Gravitationsverlust um einiges größer sein als bei der homogenen Kugel mit gleichem Volumen und gleicher Masse und um so mehr, je intensiver die Dichtezunahme nach dem Innern ist.

4. Das dritte Kepplersche Gesetz.

Die Newtonschen Differentialgleichungen der Bewegungen lauten

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X; \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y; \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z.$$

Hierin, wo m die Trägheitsmasse, XYZ die Kraftkomponenten bedeuten, ist natürlich durch das neue Kraftgesetz nichts geändert worden.

Sind $MHx_0y_0z_0$ Masse, Gravitationsverlust und Koordinaten der Sonne, $mhx_1y_1z_1$ die entsprechenden Größen eines Planeten, dann wird, wenn man noch $(1-H)(1-h) = D$ setzt,

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{k^2MmD}{r^3}(x_1 - x_0) \qquad \text{etc. } y_1,\ z_1$$

und

$$M\frac{d^2x_0}{dt^2} = \frac{k^2MmD}{r^3}(x_0 - x_1) \qquad \text{etc. } y_0,\ z_0.$$

Hier lassen sich in den ersten Gleichungen m, in den zweiten M streichen.

Transformiert man auf den Schwerpunkt der Sonne, so daß also

$$x = x_1 - x_0 \qquad y = y_1 - y_0 \qquad z = z_1 - z_0$$

wird, so folgt

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k^2(M+m)}{r^3}Dx$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k^2(M+m)}{r^3}Dy$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{k^2(M+m)}{r^3}Dz.$$

Es tritt also in den heliozentrischen Bewegungsgleichungen anstatt der Massensumme die Größe $(M + m) D$ auf. Führt man die Integration in gewohnter Weise aus, so erhält man statt der üblichen Form des III. Kepplerschen Gesetzes

$$n^2 a^3 = k^2 (M + m)(1 - H)(1 \quad h).$$

Die mittlere Bewegung eines Planeten hängt nicht bloß von seiner Masse und Bahnachse, sondern auch von seinem Gravitationsverlust ab.

H, der Gravitationsverlust der Sonne, ist im ganzen Planetensystem konstant und die Gaußsche Konstante ist als die Attraktionskonstante zwischen Sonne und Erde definiert: nennt man sie k_0^2, so entspricht sie der Größe

$$k_0^2 = k^2 (1 - H)(1 - h \breve{\odot})$$

aus den vorigen Formeln, wo k^2 die Konstante ohne Gravitationsverlust darstellt. Somit ist

$$k'^2 = k^2 (1 - H) = \frac{k_0^2}{(1 - h \breve{\odot})}.$$

Das III. Kepplersche Gesetz lautet dann

$$n^2 a^3 = k_0^2 (M + m) \cdot \frac{(1 - h)}{(1 - h \breve{\odot})} = k_0^2 (M + m)(1 - h + h \breve{\odot}).$$

Die mittleren Bewegungen der Planeten sind die am genauesten bekannten Größen in unserem Sonnensystem und die Halbachsen der Bahnen wurden einfach nach dem III. Kepplerschen Gesetz und zwar in der gewöhnlichen Form bestimmt zu

$$a = k_0^{\frac{2}{3}} (M + m)^{\frac{1}{3}} n^{-\frac{2}{3}},$$

während der wahre Wert sein sollte

$$a' = k_0^{\frac{2}{3}} \{(M + m)(1 + h \breve{\odot} - h)\}^{\frac{1}{3}} n^{-\frac{2}{3}}.$$

Der Unterschied

$$a' - a = k_0^{\frac{2}{3}} (M + m)^{\frac{1}{3}} n^{-\frac{2}{3}} \tfrac{1}{3} (h \breve{\odot} - h) = \tfrac{1}{3} (h \breve{\odot} - h) a$$

ist also für $h < h\,\odot$ positiv und kann für unendlich kleine Körper $\frac{1}{3}\,h\,\odot\,a$ werden; bei Körpern, deren Gravitationsverlust größer als der irdische ist, wird $a' - a$ negativ und kann prinzipiell beliebig groß werden.

Diese Abweichungen $a' - a$ müssen, wenn sie groß genug sind, zu beobachten sein. Die günstigste Konstellation ist die, wo der Radiusvektor des Planeten und der Visionsradius von der Erde aus senkrecht oder möglichst senkrecht aufeinander stehen. Das ist bei den unteren Planeten die größte Elongation, bei den oberen die Quadratur.

Schätzt man die Werte von h für die einzelnen Planeten nach ihrer Dichte und Größe ab, so ergeben sich als maximale Störungen in geozentrischer Länge die in folgender Tabelle zusammengestellten Beträge.

	$h(\odot = 1)$	Δl
Merkur	0.32	0.″15
Venus	0.91	0.″05
Eros*)	0.00	1.″0
Mars	0.39	0.″26
Jupiter	2.55	— 0.″15

Für fast alle Planeten dürften diese Störungen unter der Grenze der Wahrnehmbarkeit liegen. Beim Eros allein könnte sie sich, wenn im Laufe der Zeit die Bahnkonstanten genügend genau bekannt sind, nachweisen lassen. Allerdings tritt das Optimum von 1.″0 nur selten ein wegen der großen Bahnexzentrizität dieses Planeten.

Man kann vielleicht auf den Gedanken kommen, daß diese Abweichungen sich gar nicht würden feststellen lassen, sondern, wenn die Massen selbst noch ungenau bekannt sind, durch geeignete Änderung derselben ebensogut erklärt werden könnten.

Das ist jedoch unmöglich.

*) In günstigster Position, wenn Perihel und Quadratur zusammenfallen.

Ist in dem Ausdruck

$$\Phi = k^2 (M + m)(1 - H)(1 - h) = k_0^2 (M + m)(1 + h\,\delta - h)$$

$m << M$, und sind alle Potenzen von h und $h\,\delta$ zu vernachlässigen, so kann man schreiben

$$\Phi = k_0^2 \{M + M h\,\delta - M h + m + m h\,\delta - m h\}.$$

Die Terme $(m h\,\delta)$ und $(m h)$ wollen wir auch noch streichen. Den Ausdruck kann man dann auf die Form bringen

$$\Phi = k_0^2 \left(M + m\left(1 + \frac{M}{m}(h\,\delta - h)\right)\right) = k_0^2 (M + m').$$

Die Größe

$$m' = m\left(1 + \frac{M}{m}(h\,\delta - h)\right)$$

könnte dann als die aus dem III. Kepplerschen Gesetz bestimmte Masse gelten, wogegen die Attraktionsmasse $m(1 - h)$ ist, welche aus Störungswirkungen oder Trabantenbewegungen bestimmt wurde und ihrerseits im III. Kepplerschen Gesetz verwertet wurde.

Ist es nun möglich, daß die Massen so falsch bestimmt sind?

Für Jupiter ist

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{1000} \qquad h = 2.5\,h\,\delta = \frac{1}{50000}$$

$$m' = m\left(1 - \frac{1000}{84000}\right) = m\left(1 - \frac{1}{84}\right).$$

Der Unterschied zwischen beiden Massenwerten betrüge über $1\,\%$. Da die Jupitermasse aber aus den Trabantenbewegungen auf etwa $1\,‰$ bekannt ist, kann eine Abweichung in der oben beschriebenen Art bloß durch eine geänderte Gravitationskonstante, also etwa im Sinne meiner Ausführungen erklärt werden.

Ähnlich liegt die Sache bei einem kleinen Planeten, Eros. Hier ist $h = 0$ anzunehmen.

Also ist $m' = m + M h\,\delta = 2.5$ Erdmassen.

Um also beim Eros die Abweichung durch Massenkorrektionen zu erklären, müßte man ihm 2.5 Erdmassen zuschreiben. Daß dies absurd wäre, braucht nicht besonders hervorgehoben zu werden.

Somit wäre, gelänge es die Störung zu beobachten, ein neuer und überzeugender Beweis für die Extinktion der Gravitation erbracht.

5. Gigantensterne.

Der Gravitationsverlust der Himmelskörper innerhalb unseres Sonnensystems ist überall klein, selbst bei der Sonne wird er etwa bloß 2.10^{-4} betragen und hier ist er der Untersuchung ja nicht zugänglich.

Am Fixsternhimmel sind uns aber Sterne bekannt, welche die Sonne an Leuchtkraft um ein vielfaches übertreffen. Professor Schwarzschild sagt darüber[10]):

„Berechnet man für die Sterne, deren Entfernung zuverlässig bekannt ist, ihre wirkliche Leuchtkraft, so sieht man dieselbe regulär mit abnehmender Temperatur geringer werden, — mit ein paar ganz eigentümlichen Ausnahmen: unter den gelben und roten Sternen sind einige von ganz ausnahmsweise großer Leuchtkraft. Da man nicht annehmen kann, daß die Oberflächeneinheit bei diesen kühlen Sternen viel Licht aussendet, so folgt, daß die Gesamtoberfläche ungeheuer groß sein muß. Man kann die Durchmesser einigermaßen abschätzen und findet für die normalen Sterne sehr konstante Zahlen, die zwischen der Hälfte und dem Doppelten des Sonnendurchmessers liegen. Für die exzeptionellen Sterne aber ergibt sich der 10—100fache Sonnendurchmesser."

Bei einer Art von veränderlichen Sternen, denen vom Algol- und β Lyrae-Typus, wo die beiden Komponenten des Doppelsternpaares einander verfinstern, kann man die mittlere Dichte des Systems bestimmen.

Aus der Lichtkurve findet man nämlich die Radien der beiden Körper in Teilen ihres gegenseitigen Abstandes (a).

Also $R_1 = c_1 a$; $R_2 = c_2 a$. Da $n = \frac{2\pi}{P}$ aus der Periode bekannt ist, erhält man

$$n^2 a^3 = k^2 (M_1 + M_2) = k^2 \{\tfrac{4}{3} \pi a^3 (c_1^3 \delta_1 + c_2^3 \delta_2)\}.$$

macht man noch die Annahme $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, so erhält man

$$\delta = \frac{n^2}{k^2 \pi} \frac{3}{4} \frac{1}{(c_1^3 + c_2^3)}.$$

Nur für wenige Sterne findet man für δ ähnliche Werte wie bei der Sonne. Im allgemeinen betragen die mittleren Dichten der Systeme nur einige Hundertel oder gar Tausendstel der Sonnendichte.

Wenn dies auch auf den ersten Blick überraschen mag, so ist doch vom physikalischen Standpunkte nichts dagegen einzuwenden. Weitaus die meisten Algolsterne sind ein viel früherer Spektraltyp als die Sonne. Somit werden sie heißer und weniger dicht sein. Wie aber mit dem Spektraltyp die Dichte zunimmt, darüber haben wir keinerlei Anhalt, als eben diese Agolsterne.

Viel merkwürdiger sind jedoch einige wenige Sterne dieses Typs, wie V Vulpeculae und besonders ε Aurigae[11]), welche eine Dichte von 2.10^{-5} bzw. 10^{-6} der Sonnendichte haben sollen. Besonders letzterer Stern, der ein Spektrum vom F-Typ besitzt und außer den Wasserstofflinien noch Absorptionslinien von Fe, Cr, Ti und anderen Schwermetallen zeigt, ist merkwürdig.

Ein Gas von der Dichte des Wasserstoffs bei 0° C und $^1/_{50}$ Atmosphärendruck soll ein kontinuierliches Spektrum mit Absorptionslinien und dazu noch solchen von Schwermetallen geben!

Solange noch die spektroskopische Bahn und damit die Massen unbekannt sind, kann man natürlich keinen prinzipiellen Einwand machen, da, wenn man nur die strahlenden Schichten genügend dick annimmt, die Gesamtstrahlung sich der des schwarzen Körpers nähert. Bei der Annahme von

Sonnenmasse kommt man bei ε Aurigae bereits zu einer Kugel, deren Durchmesser die Entfernung der Erde von der Sonne ist. Mag auch der Kern einer solchen Kugel ein kontinuierliches Spektrum besitzen, so wird doch der Rand einer solchen Scheibe ein reines Gasspektrum aussenden müssen.

Scheint einem dennoch die Annahme einer so geringen Dichte unzulässig, so kann man die Erklärung auch in einem anderen Phänomen suchen, dem Gravitationsverlust. Nach der von mir gegebenen Form des III. Kepplerschen Gesetzes läßt sich nämlich nicht δ, sondern $\delta(1 - H_1)(1 - H_2)$ bestimmen. Ein Kleinwerden desselben kann erstens durch geringe Dichte, zweitens durch einen großen, von der Einheit wenig verschiedenen Gravitationsverlust eines oder beider Körper des Systems hervorgerufen werden.

Ich komme hier noch einmal auf die erwähnte Schrift von Professor Schwarzschild zurück. Bei der Besprechung der Frage nach einer Zentralsonne wirft er auch die Frage auf: Sind beliebig große Weltkörper überhaupt möglich?

Die moderne Physik ist der Ansicht, daß die Atome aus kleineren Partikeln, etwa Elektronen zusammengesetzt sind, die durch Kräfte zusammengehalten werden. Was wir Größe des Atoms, etwa nach der kinetischen Gastheorie nennen, ist nichts als eine Wirkungssphäre. Äußere Kräfte, die von derselben Größenordnung wie die intraatomiellen sind, müssen daher eine Zerstörung des Atoms bewirken können. Die Rolle dieser zerstörenden Kräfte soll nun nach Professor Schwarzschild der Gravitationsdruck im Innern der Weltkörper übernehmen und er schätzt den kritischen Druck auf etwa 10^{11} Atmosphären. Mag diese Schätzung auch wesentlich falsch sein, prinzipiell muß ein solcher kritischer Druck existieren. Die angegebene Grenze würde nun bei einem Körper von Sonnendichte und fünffachem Sonnendurchmesser erreicht sein.

Die Beobachtung, daß die großen Weltkörper eine geringe Dichte zu zeigen scheinen, deutet Professor Schwarzschild dahin, daß ein Zerfallen der Atome eine Instabilität der Materie, Radioaktivität, bedingen kann. Er sagt darüber (pag. 16):

„Es mag daher oberhalb der Massen und Dichten, welche wir bei den bisher untersuchten Fixsternen antreffen, etwas Neues beginnen. Hält man die eben ausgeführten Abschätzungen zusammen mit den Beobachtungsresultaten, so kommt man zu der Vermutung, daß dies Neue nichts anderes ist, als die Unmöglichkeit größerer Massenansammlungen von einiger Dichte.

Es gibt vielleicht eine natürliche obere Grenze für dichte Sternmassen."

Hier scheint mir aber auch die andere vorhin angedeutete Möglichkeit eingreifen zu können. Da der materielle Kern der Atome zweifellos einen verschwindend kleinen Teil des Atomvolumens einnimmt — Professor Lenard soll sich einmal dahin geäußert haben, daß in einem Kubikmeter Platin nur etwa ein Kubikmillimeter für β-Teilchen wirklich undurchdringlich sei, — so kann ein Druck von der Größe der intraatomiellen Kräfte ein näheres Zusammenrücken der Teilchen bewirken; es werden vielleicht gerade unter solchem Druck dichte Stoffe gebildet, die dann erst bei Nachlassen dieses Druckes instabil — radioaktiv — werden. Es steht nichts im Wege, sich Stoffe zu denken, welche die dichtesten unserer Stoffe noch um ein vielfaches, vielleicht tausendfaches übertreffen.

Unter solchen Umständen muß dann, besonders wenn ein solcher Stern noch groß gegen unsere Sonne ist, der Gravitationsverlust sich der Einheit nähern.

Haben wir nun irgendwelchen Anhalt dafür, ob große Massen im Fixsternsystem vorkommen oder nicht?

Unter den etwa 20 uns bekannten Fixsternmassen befinden sich bereits fünf, welche die Sonne um mehr als das Zehnfache übertreffen. Das sind

α Virginis	15.4	$\odot$
η Orionis	21.8	$\odot$
β Lyrae	30.5	$\odot$
V Puppis	34	$\odot$
μ_1 Scorpii	15	$\odot$

Dies Resultat scheint mir nun keineswegs anzudeuten, daß alle Massen von der Größenordnung der Sonne sein müssen.

Auf der anderen Seite deutet aber noch manches andere, besonders die schmalen Linien des Spektrums, darauf hin, daß die Gigantensterne keine sehr große Dichte, wenigstens in den strahlenden Schichten, besitzen.

Untersuchungen über die Strahlung von Gaskugeln können vielleicht in absehbarer Zeit Aufschluß über diese Fragen geben, die bereits ganz der Astrophysik angehören. Ich wollte jedoch eine kurze Darlegung des neuen Gedankens nicht versäumen.

6. Lotschwankungen.

In den Astronomischen Nachrichten 4550 habe ich bereits darauf hingewiesen, daß ein Gravitationsschatten sich auch in Schwankungen der Lotrichtung, zu deren Messungen das Horizontalpendel dient, äußern muß.

Denken wir uns in der Figur (6) den Kreis die Erde darstellend und die Sonne rechts in Richtung des Pfeiles weit entfernt, dann müssen die Gravitationsstrahlen, die auf der Nachtseite der Erdoberfläche wirken, das Innere der Erde durchdringen. Nach der Hypothese werden sie auf diesem Wege geschwächt. Von der Gezeitenwirkung auf das Lot, die ja schon längst bekannt und nachgewiesen ist, soll hier nicht die Rede sein.

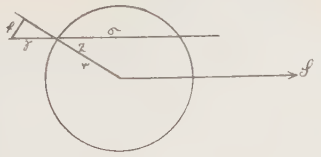

Fig. 6.

Wenn also ein Gravitationsstrahl von der Stärke g in die Erde eintritt, so soll ein gewisser Bruchteil γ desselben absorbiert werden, so daß auf der Rückseite bloß $g - \gamma$ zur Wirkung gelangt; man kann sich also einfach vorstellen, daß hier an der Erdoberfläche eine von der Sonne abstoßende Zusatzkraft γ auftritt, die von der Sehne, in welcher der Strahl die Erde durchschneidet, abhängt und insbesondere eine Funktion der Dichteverteilung im Erdkörper ist. Hiervon geht bloß

die Horizontalkomponente in die Lotschwankung ein und, wenn z die Zenitdistanz (Nadirdistanz) der Sonne ist, wird die ablenkende Kraft $f = \gamma \sin z$ und liegt im Azimut der Sonne.

Bei homogener Dichteverteilung in der Erde würde

$$\gamma = \gamma_0 \left(\frac{\sigma}{2r}\right) = \gamma_0 \cos z,$$

wo γ_0 die Absorption bei zentralem Durchgange durch den Erdkörper, σ die Sehne und r der Erdradius sein soll. Dann wird

$$f = \gamma_0 \sin z \cos z = \tfrac{1}{2} \gamma_0 \sin 2z.$$

Während am Tage ein Gang des Horizontalpendels nach der reinen Gezeitenwirkung zu erwarten ist, tritt nachts das Störungsglied dazu.

Nun aber sind derartige Glieder von der Periode des Sonnentages sehr schwierig nachzuweisen, weil der tägliche Temperaturgang die Lage des Pendels beeinflußt, und es scheint mir ziemlich aussichtslos, einen derartigen Effekt, selbst wenn er vorhanden wäre, mit Sicherheit nachzuweisen.

Günstiger liegt dies bei einer totalen oder ringförmigen Sonnenfinsternis. Hier müssen für die Zentralitätszone die von der Sonne kommenden Gravitationsstrahlen oder, bei einer ringförmigen Finsternis, der größte Teil derselben den Mond durchdringen. Sie werden also geschwächt, und man kann wiederum eine abstoßende Zusatzkraft ε einführen, deren Horizontalkomponente $\varepsilon \sin z$ ist und die Lotablenkung bewirkt.

Bei der Finsternis tritt zwar infolge des Ausfalles der Sonnenstrahlung eine starke Temperaturerniedrigung ein, doch beträgt die Dauer der ganzen Verfinsterung bloß etwa zwei Stunden, und es wird somit die Kältewelle viel weniger tief in den Boden eindringen, so daß gut geschützte Räume, wie zum Beispiel das Potsdamer Pendel im Brunnenschachte, sicherlich ungestört bleiben werden.

Die wirkliche Größe der Schwankung läßt sich nun leicht berechnen. Die Absorption beim zentralen Durchgang durch die Erde beträgt etwa $^1/_{60\,000}$, die Sonnengravitation in Erd-

ferne 6 mm sec^{-2}, d. h. $\gamma_0 = 0.0001$ mm sec^{-2}. Da die Erdschwere 9810 mm sec^{-2} ist, wird die Lotschwankung

$$\Delta l = \gamma_0 \sin 2z : 2g$$

oder in Bogensekunden das 206 000fache:

$$\Delta l = 0''.001 \sin 2z.$$

Im Falle der Sonnenfinsternis wird man, da sowohl Größe wie Dichte des Mondes geringer wie die irdischen Werte sind, $\varepsilon = \frac{1}{6}\gamma_0 = 0.000017$ mm sec^{-2} setzen können und erhält

$$\Delta l = 0''.00035 \sin z.$$

Diese Beträge werden vorerst noch unter der Beobachtungsgrenze liegen. Es scheint sich auch bei der Sonnenfinsternis vom 17. April 1912, auf die ich besonders hingewiesen hatte, nichts gezeigt zu haben.

Indessen werden vielleicht noch mehr verfeinerte und stabiler aufgestellte Instrumente in absehbarer Zeit die verlangten Störungen zeigen können.

7. Zusammenfassung. Gravitationstheorien.

Aus dem Obigen geht hervor, daß wahrscheinlich eine Extinktion der Gravitation durch Materie existiert und daß diese eine größere Anzahl von Störungen in der Bewegung der Himmelskörper hervorrufen muß, die vielleicht, wenigstens in einigen Fällen, zur Kontrolle der Hypothese herangezogen werden können. Ich meine vor allem den Marsmond Phobos, sowie auch Eros und die Lotschwankungen.

Sollte sich dies im Laufe der Zeit bestätigen, was wäre dann für die Erkenntnis der Gravitation gewonnen?

Der erste erfolgreiche Schritt auf dem Wege zu ihrer Erforschung wäre getan! Über das Zustandekommen dieser universellsten aller Naturkräfte wäre noch so gut wie gar nichts ausgesagt. Nur der reinen Fernewirkungstheorie, die zur Zeit kaum noch von einem Physiker oder Astronomen

geglaubt wird, wenn sich auch erkenntnistheoretisch keine prinzipiellen Einwände dagegen machen lassen, wäre mit dem Beweis der Extinktion der Todesstoß versetzt.

Wichtiger aber scheint mir, daß hiermit gezeigt wird, daß die Gravitation nicht mehr eine unzugängliche, nach einem nicht näher zu begreifenden Gesetz wirkende Kraft ist, als die sie uns seit der großartigen Entdeckung Newtons erschienen ist.

Die Lösung der interessanteren Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation wäre eine der nächsten Aufgaben der theoretischen Astronomie.

Vor kurzem noch herrschte unter den Physikern die Ansicht, daß sie mit der Lichtgeschwindigkeit identisch sei, daß überhaupt die universelle Gravitation ein elektrodynamisches Phänomen darstelle. Die mehrfachen, schon seit Laplace ausgeführten Berechnungen, daß die Gravitationsgeschwindigkeit die des Lichtes um ein vielfaches übertreffen müsse, wenn nicht in der Planetenbewegung nachweisbare Störungen auftreten sollen, berühren diese Auffassung nicht. Denn wie Professor H. A. Lorentz [12]) gezeigt hat, treten zu den Aberrationsgliedern Kompensationen auf, so daß nur Glieder von der zweiten Ordnung übrig bleiben, welche die Bewegung der Planeten und Monde nicht merklich beeinflussen können.

Die wenigen Versuche aber, die Gravitation als elektrodynamisches Phänomen aufzufassen, haben zu keinem einzigen positiven Resultate geführt. Schließlich zeigt auch die Schwerkraft in manchen Punkten so grundsätzlich andere Eigenschaften als die Elektrodynamik, daß Professor Einstein neuerdings von einer elektrodynamischen Erklärung gänzlich abgesehen hat [13]).

Schon lange bevor der Elektromagnetismus durch Maxwell und andere zu seiner Höhe gelangt war, hatte man sich durch verschiedene mechanische Bilder das Zustandekommen der Gravitation verständlich zu machen versucht.

Das berühmteste und wohl am ehesten der Wahrheit entsprechende von diesen ist die sogenannte Ätherstoßtheorie von

Lesage-Thomson-Isenkrahe. Ich verweise hier nur auf das interessante Buch des letzteren[14]), das Rätsel von der Schwerkraft, welches alle bis zu seinem Erscheinen (1879) entstandenen Theorien bespricht und kritisiert und außerdem noch sehr schöne Untersuchungen des Verfassers über diesen Gegenstand enthält. (Vor wenigen Jahren erschien ein Buch von J. Sahulka, welches auch im Sirius besprochen wurde. Ich begnüge mich mit dem Hinweis, daß der Verfasser die Ausführungen Isenkrahes total mißverstanden haben muß, denn in fast allen wesentlichen und von Isenkrahe abweichenden Punkten sind seine Betrachtungen verfehlt.)

Läßt man die Ätherstoßtheorie gelten, so folgt mit Notwendigkeit eine Abschirmung der Gravitation, wie sie aus meinen Untersuchungen erschlossen wurde.

In einer Dissertation, die eine Erweiterung der Isenkraheschen Theorie darstellt, hat A. M. Bock[15]) unter anderem den Fall betrachtet, wo der Mond im Erdschatten steht. Herr Bock kommt merkwürdigerweise zu dem Ergebnis, daß dadurch die Anziehung von Sonne und Erde vermehrt würde. Daß dieses Resultat ein Irrtum sein muß, läßt sich indes leicht einsehen.

Kommen in der Zeiteinheit aus dem kleinen Raumwinkel Ω, unter dem die Sonne vom Mond aus gesehen wird, N Ätherteilchen, und werden hiervon durch die Sonne Nr abgeschirmt, ist ferner ω der Winkel unter dem die Erde erscheint, n und nr' die auftreffenden und abgefangenen Teilchen für diesen Körper,

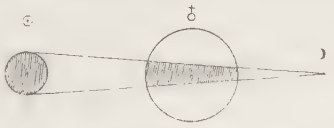

Fig. 7.

dann wäre die Anziehung jedes Körpers für sich der Unterschied zwischen den Stößen der durchgelassenen Teilchen und den freien Stößen aus der entgegengesetzten Richtung, nämlich

$$F\odot = N - N(1-r) = Nr$$
$$F\,\delta = n - n(1-r') = nr'$$

und $F = F\odot + F\delta = Nr + nr'$ wäre die superponierte Wirkung beider Körper.

Steht die Erde nun zwischen Sonne und Mond, dann wird der zentrale (schraffierte) Teil der Erde die Ätherteilchen empfangen, welche bereits die Sonne durchdrungen haben und von der Zahl N auf $N(1-r)$ herabgesetzt sind. Hiervon wird durch die Erde der Bruchteil r' absorbiert, daß also $N(1-r)(1-r')$ durchgelassen wird, so daß $N - N(1-r)(1-r')$ die Anziehung von Sonne und dem schraffierten Erdteil darstellt. Hierzu kommt noch die Attraktion des äußeren Teiles der Erde, welche ist $(n-N)-(n-N)(1-r')$, so daß die Gesamtanziehung wird

$$F = Nr + nr' - Nrr'.$$

Diese ist also um den Betrag Nrr' kleiner geworden!

Der Fehler des Herrn Bock beruht darauf, daß er die Anziehung des (schraffierten) Erdzylinders doppelt nimmt, indem er zu dem ersten Term noch einmal die Attraktion der ganzen Erde addiert. Denselben Fehler begeht er nochmals, indem er auch die Sonnenattraktion zweimal berechnet.

Somit steht nichts im Wege die Ätherstoßtheorie anzunehmen. Für diese aber — das hat Bock gezeigt — ist die Annahme einer sehr großen Gravitationsgeschwindigkeit nötig, welche die Lichtgeschwindigkeit um ein vielfaches übertreffen muß.

Auf der anderen Seite ist wiederum zu bemerken, daß diese Gravitationstheorie bisher in keinerlei Beziehung zu dem großartigen Bau der Maxwellschen Elektrodynamik steht und das letztere, wenigstens nach Ansicht der heutigen Physiker, überhaupt keiner mechanischen Erklärung fähig ist.

Im Interesse einer Einheit der Naturerklärung ist es sicher zu wünschen, daß einmal das eine aus dem anderen oder beides aus einer einzigen Erscheinung abgeleitet werden könne.

Daß sich die hier entdeckte Eigenschaft der Schwere durch Laboratoriumsversuche bestätigen lasse, dürfte vorerst ganz ausgeschlossen scheinen. Es müßte denn sein, daß wir — woran man bei unseren stets wachsenden Kenntnissen von den Atom- und Molekularkräften wohl denken kann — künst-

lich solche hypothetischen Stoffe erzeugen könnten, wie sie vielleicht im Innern der Gigantensterne vorkommen.

Das Experimentieren mit Gravitationsstrahlen wäre dann nichts schwierigeres, wie jetzt mit Röntgen-, Kathoden- und Radiumstrahlen, woran vor wenigen Jahrzehnten auch noch kein Mensch gedacht hätte.

Literatur.

1. Drude, Über Fernwirkungen. Ann. d. Phys. 62. Beilage (1897).
2. Seeliger, Über das Newtonsche Gravitationsgesetz. Astr. Nachr. 3273.
3. Seeliger, Das Zodiakallicht . . . Sitzungsberichte d. Bayerischen Akademie 1906.
4. Seeliger, Über die Anwendung der Naturgesetze auf das Universum. Sitzungsberichte der Bayer. Akad. 1909 (p. 9).
5. S. Newcomb, Unexplained Fluctuations in the mean motion of the Moon. Monthly Notices 69.
6. Neugebauer, Abgekürzte Tafeln des Mondes. Berliner Rechen-institut.
7. Helmert, Lehrbuch der Geodäsie.
8. Wiechert und Geiger, Physikal. Zeitschrift 1910.
9. Geiger und Gutenberg, Physikal. Zeitschrift 1911, 1912.
10. Schwarzschild, Über das System der Fixsterne (Teubner 1909), p. 36 und 16.
11. Ludendorff, Astr. Nachr. 3918—20 und 4084.
    Hertzsprung, Astr. Nachr. 4296 (p. 377).
12. H. A. Lorentz, Considerations on Gravitation (1900). Koningklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.
13. Einstein, Annalen der Physik 1911.
14. Isenkrahe, Das Rätsel von der Schwerkraft. Braunschweig 1879.
15. A. M. Bock, Die Theorie der Gravitation. Dissertation, München 1891.

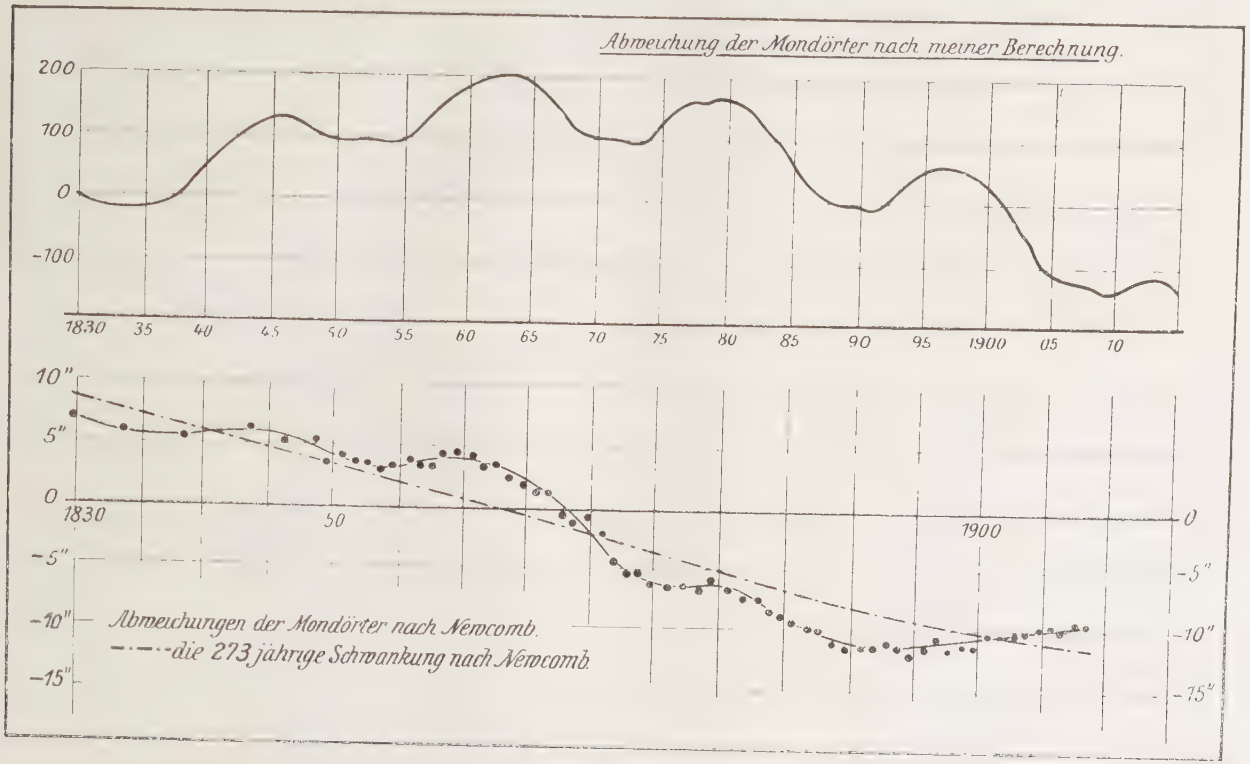
Abweichung der Mondörter nach meiner Berechnung.
200
100
0
-100
1830
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
95
1900
05
10
10"
5"
0
-5"
-10"
-15"
1830
50
1900
0
-5"
-10"
-15"
Abweichungen der Mondörter nach Newcomb.
die 273 jährige Schwankung nach Newcomb.

Tabelle I.

Impulse als Funktion der Dauer der Finsternisse.

T	J_0	$\log J_0$	T	J_0	$\log J_0$	T	J_0	$\log J_0$
1	0.00		41	0.14	.1461—1	81	0.71	.8513—1
2	0.00		42	0.14	.1461—1	82	0.75	.8751—1
3	0.00		43	0.15	.1761—1	83	0.78	.8921—1
4	0.00		44	0.16	.2041—1	84	0.82	.9138—1
5	0.00		45	0.16	.2041—1	85	0.85	.9294—1
6	0.00		46	0.17	.2304—1	86	0.88	.9445—1
7	0.00		47	0.18	.2553—1	87	0.92	.9638—1
8	0.01	.0 —2	48	0.19	.2788—1	88	0.95	.9777—1
9	0.01	.0 —2	49	0.20	.3010—1	89	0.99	.9956—1
10	0.01	.0 —2	50	0.20	.3010—1	90	1.03	.0128
11	0.01	.0 —2	51	0.21	.3222—1	91	1.06	.0253
12	0.01	.0 —2	52	0.22	.3424—1	92	1.10	.0414
13	0.01	.0 —2	53	0.23	.3617—1	93	1.14	.0569
14	0.02	.30 —2	54	0.24	.3802—1	94	1.17	.0682
15	0.02	.30 —2	55	0.25	.3979—1	95	1.21	.0828
16	0.02	.30 —2	56	0.25	.3979—1	96	1.26	.1004
17	0.02	.30 —2	57	0.26	.4150—1	97	1.29	.1106
18	0.03	.48 —2	58	0.27	.4314—1	98	1.33	.1239
19	0.03	.48 —2	59	0.28	.4472—1	99	1.37	.1367
20	0.03	.48 —2	60	0.29	.4624—1	100	1.41	.1492
21	0.04	.60 —2	61	0.30	.4771—1	101	1.46	.1644
22	0.04	.60 —2	62	0.31	.4914—1	102	1.50	.1761
23	0.04	.60 —2	63	0.32	.5051—1	103	1.54	.1875
24	0.05	.70 —2	64	0.33	.5185—1	104	1.58	.1987
25	0.05	.70 —2	65	0.34	.5315—1	105	1.62	.2095
26	0.06	.78 —2	66	0.35	.5441—1	106	1.66	.2201
27	0.06	.78 —2	67	0.36	.5563—1	107	1.71	.2330
28	0.06	.78 —2	68	0.38	.5798—1	108	1.76	.2455
29	0.07	.845 —2	69	0.39	.5911—1	109	1.80	.2553
30	0.07	.845 —2	70	0.40	.6021—1	110	1.84	.2648
31	0.08	.903 —2	71	0.41	.6128—1	111	1.88	.2742
32	0.08	.903 —2	72	0.44	.6435—1	112	1.92	.2833
33	0.09	.954 —2	73	0.46	.6628—1			
34	0.09	.954 —2	74	0.49	.6902—1			
35	0.10	.000 —1	75	0.52	.7160—1			
36	0.11	.0414—1	76	0.56	.7482—1			
37	0.11	.0414—1	77	0.59	.7709—1			
38	0.12	.0792—1	78	0.62	.7924—1			
39	0.12	.0792—1	79	0.65	.8129—1			
40	0.13	.1139—1	80	0.68	.8325—1			

Tabelle 2.

Zusammenstellung der Rechnung.

Jahr	Datum		Zeit h m	π	$\dot{\varphi}$	$\dot{\pi}$	T	Δn	$\Sigma \Delta n$	$\Sigma\Sigma \Delta n$
									— 4.00	0.00
1830	März	9	2 36	54'26	30'00	— 208	111	— 8.94	— 12.94	— 4.00
„	Septemb.	2	11 31	59.87	36.23	+ 319	112	+ 17.18	+ 4.24	16.94
1831	Februar	26	5 57	56.68	32.67	— 334	87	— 10.01	— 5.77	12.70
„	August	22	23 2	56.72	32.63	+ 341	75	+ 5.80	+ 0.03	18.47
1832									+ 0.03	18.44
„									+ 0.03	18.41
1833	Januar	5	20 45	61.15	37.89	+ 154	75	+ 2.09	+ 2.12	18.38
„	Juli	1	13 31	55.11	30.95	— 245	94	— 10.13	— 8.01	16.26
„	Dezemb.	26	10 25	58.67	35.07	+ 350	111	+ 19.31	+ 11.30	24.27
1834	Juni	20	21 16	58.10	34.30	— 365	109	— 19.93	— 8.63	12.97
„	Dezemb.	15	17 49	55.50	31.38	+ 330	87	+ 10.51	+ 1.88	21.60
1835	Juni	10	11 39	60.81	37.50	— 294	35	— 0.78	+ 1.10	19.72
„									+ 1.10	18.62
1836	April	30	20 52	60.31	36.92	+ 260	67	+ 2.55	+ 3.65	17.52
„	Oktober	24	1 57	56.33	32.36	— 316	39	— 1.25	+ 2.40	13.87
1837	April	20	9 33	57.29	33.43	+ 347	111	+ 20.54	+ 22.94	— 11.47
„	Oktober	13	12 8	59.53	36.03	— 311	110	— 16.11	+ 6.83	+ 11.47
1838	April	9	15 0	54.58	30.39	+ 190	83	+ 5.37	+ 12.20	18.30
„	Oktober	3	3 40	61.38	38.19	— 44	97	— 1.48	+ 10.72	30.50
1839									+ 10.72	41.22
„									+ 10.72	51.94
1840	Februar	17	2 47	57.62	33.76	— 358	67	— 4.00	+ 6.72	62.66
„	August	12	20 9	55.87	31.77	+ 301	83	+ 7.99	+ 14.71	69.38
1841	Februar	5	14 59	60.58	37.21	— 252	112	— 13.00	+ 1.71	84.09
„	August	1	22 55	54.00	29.72	+ 68	111	+ 4.81	+ 6.52	85.80
1842	Januar	26	6 43	61.39	38.20	+ 66	92	+ 1.88	+ 8.40	92.32
„	Juli	21	23 51	54.63	30.43	— 197	61	— 2.14	+ 6.26	100 72
1843									+ 6.26	106.98
„									+ 6.26	113.24
„	Dezemb.	6	12 54	54.81	30.61	+ 208	51	+ 1.57	+ 7.83	119.50
1844	Mai	31	11 41	61.21	37.96	— 145	107	— 6.48	+ 1.35	127.33
„	Novemb.	24	12 36	53.94	29.67	— 44	109	— 3.01	— 1.66	128.68
1845	Mai	21	4 52	60.77	37.46	+ 199	103	+ 8.16	+ 6.50	127.02
„	Novemb.	13	13 49	55.66	31.59	— 275	97	— 12.15	— 5.65	133.52
1846									— 5.65	127.87
„									— 5.65	122.22
1847	März	31	10 10	54.15	29.91	+ 118	60	+ 1.24	— 4.41	116.57
„	Septemb.	24	3 19	61.40	38.21	+ 42	72	+ 0.48	— 3.93	112.16
1848	März	19	10 5	54.33	29.91	— 150	110	— 10.30	— 14.23	108.23
„	Septemb.	12	19 13	59.71	36.00	+ 324	112	+ 17.61	+ 3.38	94.00
1849	März	8	13 56	56.86	32.86	— 346	90	— 11.53	— 8.15	97.38
„	Septemb.	2	6 11	56.54	32.52	+ 332	82	+ 8.18	+ 0.03	89.23
1850									+ 0.03	89.26
„									+ 0.03	+ 89.29
										+ 89.32

Tabelle 2. (Fortsetzung 1.)

Jahr	Datum		Zeit h	m	π	$\dot{\varphi}$	$\dot{\pi}$	T	Δn	$\Sigma \Delta n$	$\Sigma\Sigma \Delta n$
										+ 0.03	
1851	Januar	17	5	36	61.07	37.82	+ 162	74	+ 2.08	+ 2.11	+ 89.32
„	Juli	12	20	8	55.25	31.11	— 260	89	— 9.03	— 6.92	91.43
1852	Januar	6	19	3	58.49	34.79	+ 352	111	+ 19.65	+ 12.73	84.51
„	Juli	1	4	21	58.30	34.53	— 378	110	— 20.89	— 8.16	97.24
„	Dezemb.	26	2	3	55.36	31.24	+ 264	87	+ 8.46	+ 0.30	89.08
1853	Juni	20	19	4	60.91	37.60	— 194	53	— 1.18	— 0.88	89.38
„										— 0.88	88.50
1854	Mai	12	4	30	60.16	36.75	+ 274	58	+ 2.02	+ 1.14	87.26
„	Novemb.	4	9	55	56.50	32.56	— 326	30	— 0.75	+ 0.39	88.76
1855	Mai	1	16	57	57.10	33.21	+ 340	110	+ 19.90	+ 20.29	89.15
„	Oktober	24	20	20	59.69	36.22	— 298	110	— 15.33	+ 4.96	109.44
1856	April	19	22	7	54.48	30.28	+ 176	89	+ 6.36	+ 11.32	114.40
„	Oktober	13	11	53	61.41	38.24	— 24	99	— 0.84	+ 10.48	125.72
1857										+ 10.48	136.20
„										+ 10.48	146.68
1858	Februar	27	10	58	57.81	33.96	— 356	65	— 3.73	+ 6.75	157.16
„	August	24	3	5	55.72	31.58	+ 288	75	+ 5.14	+ 11.89	163.91
1859	Februar	16	23	35	60.96	37.33	— 238	111	— 12.02	— 0.13	175.80
„	August	13	5	28	54.02	29.68	+ 50	112	+ 3.62	+ 3.49	175.67
1860	Februar	6	15	28	61.37	38.15	+ 94	92	+ 2.68	+ 6.17	179.16
„	August	1	6	27	54.82	30.56	— 214	74	— 3.78	+ 2.39	185.33
1861										+ 2.39	187.72
„										+ 2.39	190.11
„	Dezemb.	16	21	1	54.74	30.50	+ 202	48	+ 1.39	+ 3.78	192.50
1862	Juni	11	19	10	61.28	38.02	— 102	104	— 4.20	— 0.42	196.28
„	Dezemb.	5	20	31	54.03	29.71	— 64	109	— 4.33	— 4.75	195.86
1863	Juni	1	12	23	60.68	37.31	+ 230	105	+ 9.97	+ 5.22	191.11
„	Novemb.	24	21	55	55.88	31.76	— 296	98	— 13.40	— 8.18	196.33
1864										— 8.18	188.15
„										— 8.18	179.97
1865	April	10	17	21	54.16	29.84	+ 106	51	+ 0.83	— 7.35	171.79
„	Oktober	4	11	25	61.40	38.19	+ 66	65	+ 0.58	— 6.77	164.44
1866	März	30	17	25	54.47	30.18	— 162	110	— 10.95	— 17.72	157.67
„	Septemb.	24	2	59	59.54	35.96	+ 268	110	+ 13.95	— 3.77	139.95
1867	März	19	21	49	57.03	33.06	— 344	92	— 12.13	— 15.90	136.18
„	Septemb.	13	13	27	56.37	32.32	+ 336	88	+ 10.58	— 5.32	120.28
1868										— 5.32	114.96
„										— 5.32	+ 109.64
											+ 104.32

Tabelle 2. (Fortsetzung 2.)

Jahr	Datum		Zeit h m	π	$\dot{\varphi}$	$\dot{l}(\pi)$	T	Δn	$\Sigma\Delta n$	$\Sigma\Sigma\Delta n$
									— 5.32	
1869	Januar	27	14 24	61.01	37.72	+ 222	74	+ 2.42	— 2.90	+104.32
„	Juli	23	2 48	55.47	31 29	— 356	80	— 6.46	— 9.36	101.42
1870	Januar	17	3 39	58.35	34.59	+ 444	111	+ 20.17	+ 10.81	92.06
„	Juli	12	11 29	58.51	34.76	— 444	111	— 20.08	— 9.27	102.87
1871	Januar	6	10 17	55.28	31.05	+ 330	88	+ 8.43	— 0.84	93.60
„	Juli	2	2 30	61.01	37.70	— 190	65	— 1.44	— 2.28	92.76
„									— 2.28	90.48
1872	Mai	22	12 2	60.03	36.42	+ 356	42	+ 1.15	— 1.13	88.20
„	Novemb.	14	18 2	56.77	32.76	— 428	21	— 0.43	— 1.56	87.07
1873	Mai	12	0 11	56.98	33.00	+ 442	109	+ 20.13	+ 18.57	85.51
„	Novemb.	4	4 42	59.91	36.44	— 377	109	— 15.57	+ 3.00	104.08
1874	Mai	1	5 3	54.46	30.16	+ 218	93	+ 6.88	+ 9.88	107.08
„	Oktober	24	20 14	61.46	38.28	— 22	102	— 0.72	+ 9.16	116.96
1875									+ 9.16	126.12
„									+ 9.16	135.28
1876	März	9	19 6	58.00	34.18	— 450	62	— 3.41	+ 5.75	144.44
„	Septemb.	3	10 7	55.55	31.37	+ 362	64	+ 3.18	+ 8.93	150.19
1877	Februar	27	8 8	60.79	37.46	— 264	111	— 11.10	— 2.17	159.12
„	August	23	12 4	53.99	29.64	+ 48	111	+ 2.54	+ 0.37	156.95
1878	Februar	17	0 10	61.32	38.10	+ 134	94	+ 3.45	+ 3.82	157.32
„	August	12	13 10	54.94	30.68	— 298	83	— 6.33	— 2.51	161.14
1879									— 2.51	158.63
„									— 2.51	156.12
„	Dezemb.	28	5 9	54.64	30.35	+ 238	45	+ 1.05	— 1.46	153.61
1880	Juni	22	2 39	61.32	38.10	— 98	102	— 3.23	— 4.69	152.15
„	Dezemb.	16	4 30	54.06	29.73	— 104	108	— 5.14	— 9.83	147.46
1881	Juni	11	19 50	60.56	37.18	+ 294	108	+ 11.65	+ 1.82	137.63
„	Dezemb.	5	6 7	56.03	31.93	— 394	99	— 14.11	— 12.29	139.45
1882									— 12.29	127.16
„									— 12.29	114.87
1883	April	22	0 21	54.11	29.76	+ 122	35	+ 0.35	— 11.94	102.58
„	Oktober	15	19 39	61.38	38.20	+ 100	58	+ 0.59	— 11.35	90.64
1884	April	10	0 38	54.57	30.60	— 236	109	— 11.47	— 22.82	79.29
„	Oktober	4	10 54	59.38	35.79	+ 408	110	+ 17.54	— 5.28	56.47
1885	März	30	5 34	57.22	33.28	— 444	96	— 14.04	— 19.32	51.19
„	Septemb.	23	20 48	56.20	32.10	+ 404	92	+ 11.56	— 7.76	31.87
1886									— 7.76	24.11
„									— 7.76	16.35
1887	Februar	7	23 8	60.92	37.64	+ 242	72	+ 2.37	— 5.39	8.59
„	August	3	9 34	55.63	31.45	— 370	71	— 4.03	— 9.42	+ 3.20
1888	Januar	28	12 12	58.19	34.40	+ 448	111	+ 20.46	+ 11.04	— 6.22
„	Juli	22	18 39	58.72	35.00	— 439	112	— 20.14	— 9.10	+ 4.82
1889	Januar	16	18 30	55.16	30.93	+ 320	88	+ 8.20	— 0.90	— 4.28
„	Juli	12	9 55	61.11	37.83	— 180	75	— 2.07	— 2.97	— 5.18
„									— 2.97	— 8.15
1890									— 2.97	— 11.12
„	Novemb.	26	2 16	56.93	32.93	— 436	11	— 0.11	— 3.08	— 14.09
										— 17.17

Tabelle 2. (Fortsetzung 3.)

Jahr	Datum	Zeit h m	π	$\dot{\varphi}$	$\dot{l}(\pi)$	T	Δn	$\Sigma \Delta n$	$\Sigma\Sigma \Delta n$
								— 3.08	
1891	Mai 23	7 19	56.78	32.76	+ 440	107	+ 19.19	+ 16.11	— 17.17
„	Novemb. 15	13 10	60.05	36.58	— 358	109	— 14.74	+ 1.37	— 1.06
1892	Mai 11	11 53	54.37	30.07	+ 214	98	+ 7.90	+ 9.27	+ 0.31
„	Novemb. 4	4 43	61.47	33.29	+ 14	102	+ 0.46	+ 9.73	+ 9.58
1893								+ 9.73	19.31
„								+ 9.73	29.04
1894	März 21	3 5	58.18	34.38	— 450	57	— 2.84	+ 6.89	38.77
„	Septemb. 14	17 15	55.40	31.20	+ 350	54	+ 2.25	+ 9.14	45.66
1895	März 10	16 31	60.89	37.59	— 248	111	— 10.39	— 1.25	54.80
„	Septemb. 3	18 49	53.97	29.60	+ 24	110	+ 1.25	— 0.00	53.55
1896	Februar 28	8 45	61.26	38.05	+ 156	95	+ 4.15	+ 4.15	53.55
„	August 22	19 58	55.07	30.82	— 318	90	— 8.87	— 4.72	57.70
1897								— 4.72	52.98
„								— 4.72	48.26
1898	Januar 7	13 18	54.55	30.27	+ 236	44	+ 1.04	— 3.68	43.54
„	Juli 3	10 6	61.36	38.13	— 70	97	— 1.98	— 5.66	39.86
„	Dezemb. 27	12 33	54.11	29.79	— 122	108	— 6.01	— 11.67	34.20
1899	Juni 23	3 12	60.42	37.01	+ 315	110	+ 13.10	+ 1.43	22.53
„	Dezemb. 16	14 20	56.18	32.10	— 403	100	— 14.77	— 13.34	23.96
1900	Juni 12	16 32	57.50	33.59	+ 445	15	+ 0.22	— 13.12	+ 10.62
„								— 13.12	— 2.50
1901								— 13.12	— 15.62
„	Oktober 27	4 0	61.34	38.13	+ 132	54	+ 0.70	— 12.42	28.74
1902	April 22	7 46	54.67	30.40	— 254	107	— 11.92	— 24.34	41.16
„	Oktober 16	18 57	59.22	35.61	+ 417	110	+ 18.01	— 6.33	65.50
1903	April 11	13 7	57.40	33.50	— 446	99	— 15.22	— 21.55	71.83
„	Oktober 6	4 11	56.03	31.92	+ 396	95	+ 12.53	— 9.02	93.38
1904								— 9.02	102.40
„								— 9.02	111.42
1905	Februar 19	7 54	60.82	37.51	+ 257	71	+ 2.35	— 6.67	120.44
„	August 14	16 35	55.79	31.64	— 381	59	— 2.82	— 9.49	127.11
1906	Februar 8	20 41	58.01	34.19	+ 449	111	+ 20.63	+ 11.14	136.60
„	August 4	1 54	58.91	35.21	— 433	112	— 19.85	— 8.71	125.46
1907	Januar 29	2 32	55.03	30.82	+ 307	88	+ 7.89	— 0.82	134.17
„	Juli 24	17 16	61.18	37.93	— 157	84	— 2.84	— 3.66	134.99
1908								— 3.66	138.65
„								— 3.66	142.31
„								— 3.66	145.97
1909	Juni 3	14 18	56.60	33.74	+ 428	104	+ 16.15	+ 12.49	149.63
„	Novemb. 26	21 46	60.19	37.99	— 288	108	— 10.80	+ 1.69	137.14
1910	Mai 23	18 33	54.29	30.92	+ 180	103	+ 0.73	+ 2.42	135.45
„	Novemb. 16	13 19	61.47	39.28	+ 24	103	+ 0.77	+ 3.19	133.03
1911								+ 3.19	129.84
„								+ 3.19	126.65
1912	April 1	10 58	58.36	34.63	— 444	50	— 2.14	+ 1.05	123.46
„	Septemb. 26	0 28	55.25	31.05	+ 334	40	+ 0.12	+ 1.17	122.41
1913	März 22	0 50	60.98	37.70	— 228	110	— 9.32	— 8.15	121.24
„	Septemb. 15	1 40	53.96	29.66	+ 1	109	+ 0.03	— 8.12	129.39
									—137.51

Lebenslauf.

Ich, Kurt Felix Bottlinger, bin geboren zu Spandau am 12. September 1888 als Sohn des damaligen Hauptmanns Karl Bottlinger. Vom Herbste 1898 ab besuchte ich das humanistische Bertoldgymnasium zu Freiburg i. B., wo ich 1907 das Reifezeugnis erwarb.

Alsdann widmete ich mich, zunächst in Göttingen, später in München, dem Studium der Naturwissenschaften, speziell der Astronomie.

In München wurde ich Schüler von Herrn Geheimrat von Seeliger, dem ich besonders viel Anregung und Unterstützung meiner Arbeiten verdanke.

Seit dem Sommer 1911 beschäftigte ich mich mit der neugestellten Preisaufgabe. Meiner Arbeit wurde der Preis zuerkannt.

Ferner bin ich noch besonders den Herren Schwarzschild, Sommerfeld, Wiechert für zahlreiche Anregungen während meines Studiums zu Dank verpflichtet.

In Göttingen hörte ich bei Ambronn, Born, Gerdien, Minkowski, Oldenberg, Pompeckj, Runge, Riecke, Simon, Tamson, Töplitz, Verworn, Wallach.

In München bei v. Aster, Großmann, Koch, Lindemann, Meyer, Scheler, Voß, Wells, außer bei den bereits genannten.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.